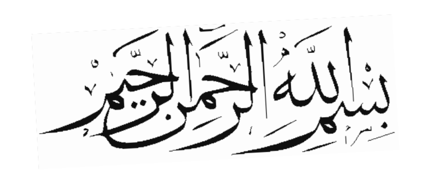


﴿ ربنا لا تزغ قلوبنا بعد إذ هديتنا وهب لنا من لدنك رحمة إنك أنت الوهاب ﴾

صدق الله العظيم " آل عمران 8 "

مقدمة في تاريخ الرياضيات

علم وعلماء

مقدمة في تاريخ الرياضيات
[علم وعلماء]

الدكتور
محمود محمد سليم صالح
كلية العلوم بالأفلاج-جامعة الخرج

الطبعة الأولى
1432هـ - 2011 م

جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية

المحتويات

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة

الحمد لله ، والصلاة والسلام على معلم البشرية الأول محمد صلى الله عليه وسلم وعلى آله وصحبه ومن تبعه بإحسان إلى يوم الدين.

لم تكن الرياضيات يوماً، شأنها شأن سائر العلوم، وليدة علم بحت، وبنى مجردة، أتت من الفراغ، إنما جاءت وليدة حاجة حياتية، ومتطلبات مادية، ثم تطورت رويداً رويداً، وتعمقت وتفرعت لتأتي بأشكالها المتنوعة، وفروعها العديدة. ودراسة تاريخ الرياضيات يقودنا إلى فهم جذور ذلك العلم الهام والأساسى لتقدم البشرية ورفعتها. كما أن دراسة تاريخ الرياضيات يعمق الفكر الإنسانى وله فوائد عديد ة منها الوقوف على الأساس الذى بنيت عليه الاكتشافات الحديثة، والتى ساهمت فى تقدم البشرية وتطورها. كما أن أى اكتشاف جديد لا يأتى من العدم ؛ لذلك فمن الحكمة الاعتناء بتاريخ الاكتشافات القديمة التى بنيت عليها تلك الاكتشافات الحديثة.

كما أن أحد المتطلبات الأساسية لدراسة الرياضيات هو الفهم الواضح لتاريخها والذى سيساعد الدارس والمعلم على فهم مراحل تطورها ، وفهم الدور الذى لعبته الرياضيات فى حل مشاكل الإنسان اليومية منذ أن خلقه الله سبحانه وتعالى على وجه البسيطة.

ونحاول في هذا الكتاب إعطاء فكرة بسيطة عن تاريخ الرياضيات منذ عهد المصريين القدماء مروراً بالعصر البابلى والعصر الرومانى والإغريقى ثم العصر الإسلامى نهاية بالعصر الحديث.

ونحن هنا لا نستطيع أن نقدم مسحاً شاملاً مفصلاً لما حدث للرياضيات من تطور بداية من العصر المصرى القديم إلى القرن الواحد العشرين. وذلك لعدة أسباب منها عدم اختصاص الكاتب فى هذا المجال وصعوبة المهمة ، كذلك أن هذا ليس من أهداف هذا الكتاب ؛ والذى إعطاء نبذة تاريخية عن الرياضيات وليس حصراً شاملاً لتاريخها. كما أن عامل الزمن والمكان لا يساعدان على ذلك.

فالهدف من هذا الكتاب هو لفت انتباه القارئ الكريم إلى ميدان مرتبط ارتباطاً وثيقاً بالرياضيات ألا وهو تاريخها ، حيث سيجد القارئ فى هذا الكتاب من المعلومات الطريفة والطرق الرياضية المختلفة لحل مشاكله الحياتية. كما سيساعد هذا الكتاب على توسيع أفق وثقافة القارئ ، ويمكُنه من المساهمة فى تطوير مناهج الرياضيات، والبدء من حيث وقف الآخرون وعدم الاشتغال بأعمال وإجراءات قديمة قد عفى عليها الزمن.

ويسعدنى أن أقدم هذا الكتاب والذى يحتوى على موضوعات هامة فى تاريخ الرياضيات لكل من الطالب والمعلم ليكون عوناً لهم على فهم المقرر وتحقيق الهدف من تدريسه.

وسيجد الدارس أن عنوان الكتاب " مقدمة فى تاريخ الرياضيات علم وعلماء" أى أن الكتاب مقسم لجزأين: الأول ويحتوى على الفصول من الأول إلى الخامس ، ويهتم بتاريخ تطور علم الرياضيات بداية من العصر المصرى القديم إلى عصرنا الحالى. وقد تناولنا فى هذا الجزء الموضوعات المرتبطة بتاريخ الرياضيات بلغة سهلة وأسلوب مبسط. ففى الفصل الأول تعرضنا لأهمية الرياضيات ، ثم تتبعنا تواريخ أهم الأحداث الرياضية منذ عام (3000 ق.م) وحتى عصرنا الحاضر. كما تعرضنا فى هذه الفصل لتعريف علم الرياضيات وأهم أقسامه وفروعه المستخدمة على مر العصور وحتى عصرنا الحالى.

وفى الفصل الثانى تناولنا مراحل تطور نظام العدد، بداية من مرحلة الحصر إلى مرحلة العدد. كما تعرضنا لأنظمة العد البدائية المختلفة. وقد جاء الفصل الثالث متضمناً تصنيفات الأعداد وناقشنا الأعداد وأنواعها، وبعض النظريات عليها، وطرق استنتاجها. وفى الفصل الرابع تناولنا مراحل تطور العمليات الحسابية من حيث الجمع والطرح والضرب والقسمة عند قدماء المصريين والرومان والهنود والعرب والمسلمين. أما الفصل الخامس فقد خصص لدراسة مراحل تطور علم الجبر عند كل من القدماء المصريين والبابليين والإغريق والهنود والعرب والمسلمين ثم تطور الجبر فى عصر النهضة الأوربية والعصر الحديث.

والجزء الثانى وهو الفصل السادس والأخير فقد خصص لأشهر وألمع علماء الرياضيات منذ عصر القدماء المصريين وحتى عصرنا الحالى. كما ركزنا فى هذا الجزء على بعض العلماء العرب وما قدموه من إسهامات كان لها عظيم الأثر فى تطور علم الرياضيات حتى ظهوره بالصورة الحالية.

وهذا الكتاب يحتوى على الموضوعات الكاملة لمقرر تاريخ الرياضيات والذى يدرس لطلاب المرحلة الجامعية بكليات التربية والعلوم والهندسة فى معظم الدول العربية. وهو يتيح للطالب والأستاذ توفير الوقت والجهد وعناء البحث عما يحتاجه من موضوعات مختلفة فى مراجع متعددة. ويأمل المؤلف من القراء الأعزاء موافاته بمقترحاتهم البناءة من أجل تحسين صورة الكتاب فى الطبعات اللاحقة.

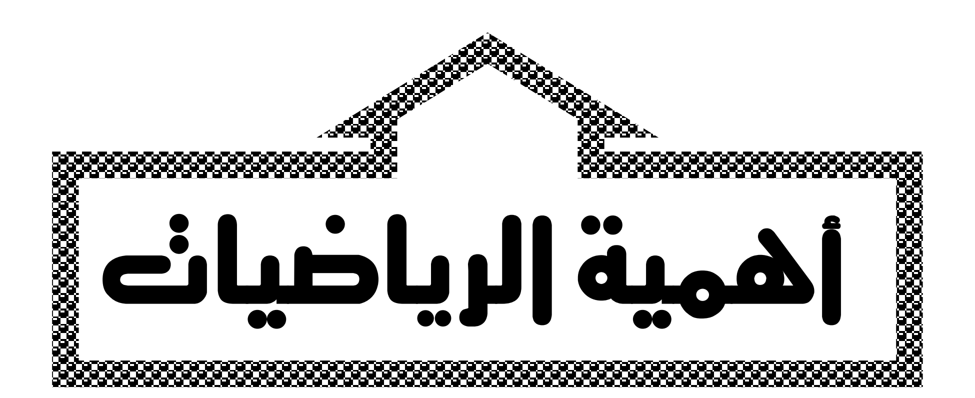
ونسأل الله العلى القدير أن يكون هذا الكتاب مفيداً لقارئه ، وأن يكون إضافة نافعة للمكتبة العربية في مجال تاريخ الرياضيات.

كما أسأل الله العلى القدير أن يجعل هذا العمل فى ميزان حسناتنا يوم أن نلقاه ،إنه جواد كريم.

وآخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين.

د.محمود محمد سليم
Selim23@yahoo.com
صفر1428هـ – مارس2007م

الفصل الأول



أهمية الرياضيات

(1 – 1) نبذة تاريخية:

من المؤكد أن الإنسان بدأ العد منذ خلقه الله سبحانه وتعالى على وجه هذه الأرض. ويرجح كثير من العلماء على أن الوسيلة الأولى للعد ، والتى استخدمت من قبل بشر ما قبل التاريخ هى الأصابع. وكان لديهم أيضًا طرائق متنوعة لتدوين كميات وأعداد حيواناتهم أو عدد الأيام بدءًا باكتمال القمر، واستخدموا الحصى والعقد الحبلية والعلامات الخشبية والعظام لتمثيل الأعداد. وتعلّموا استخدام أشكال منتظمة عند صناعتهم للأواني الفخارية أو رؤوس السهام المنقوشة.

واستخدم الرياضيون في مصر القديمة قبل حوالي 3000 عام ق.م. النظام العشري (وهو نظام العد العشري) دون قيم للمنزلة. وكان المصريون القدماء روادًا في الهندسة، وطوروا صيغًا لإيجاد المساحات وحجوم بعض المجسمات البسيطة.

والرياضيات المصرية القديمة لها تطبيقات عديدة تتراوح بين مسح الأرض بعد الفيضان السّنوي إلى الحسابات المعقدة والضرورية لبناء الأهرامات.

أما البابليون القدماء (2100 ق.م)فقد طوروا النظام الستيني المبني على أساس العدد 60. ولا يزال هذا النظام مستخدمًا حتى يومنا هذا لمعرفة الوقت، بالسّاعات والدقائق والثواني. ولا يعرف المؤرخون بالضبط كيف طوّر البابليون هذا النظام، ويعتقدون أنه حصيلة استخدام العدد 60 كأساس لمعرفة الوزن وقياسات أخرى. وللنظام الستيني استخدامات هامة في الفلك لسهولة تقسيم العدد 60. كما تفوق البابليون على المصريين القدماء في فروع الجبر والهندسة.

(1 – 1 – 1) تواريخ هامة:

3000 ق.م: استخدم قدماء المصريين النظام العشري وطوروا الهندسة وتقنيات مساحة الأراضى.

370 ق.م: عرف إيودكسس الكندوسي طريقة الاستنفاد، التي مهدت لحساب التكامل.

300 ق.م: أنشأ إقليدس نظامًا هندسيًا مستخدمًا الاستنتاج المنطقي.

787 م : هور الأرقام والصفر المرسوم على هيئة نقطة في مؤلفات عربية قبل أن تظهر في الكتب الهندية ولعل اختراع المسلمين رقم (0) صفر هو أهم تطور في علم الرياضيات ولولاه لاستحال تقدم الرياضيات أو ظهور الكمبيوتر الحديث القائم علي الجبر البولياني.

825 م : ألف عالم الرياضيات العربي الخوارزمي كتابًا وصف فيه نظام العد اللفظي المطور في الهند وقد استخدم هذا النظام العشري قيمًا للمنزلة وكذلك الصفر، وأصبح معروفاً باسم النظام العددي الهندي ـ العربي.

830م: أطلق العرب على علم الجبر هذا الاسم لأول مرة.

835م: استخدم الخوارزمي مصطلح الأصم لأول مرة للإشارة للعدد الذي لا جذر له.

888م: وضع الرياضيون العرب أولى لبنات الهندسة التحليلية بالاستعانة بالهندسة في حل المعادلات الجبرية.

912 م: استعمل البتاني الجيب بدلا من وتر ضعف القوس في قياس الزوايا لأول مرة

1029م: استغل الرياضيون العرب الهندسة المستوية والمجسمة في بحوث الضوء لأول مرة في التاريخ.

1142م: ترجم أديلارد من العربية الأجزاء الخمسة عشر من كتاب العناصر لأقليدس، ونتيجة لذلك أضحت أعمال أقليدس معروفة جيداً في أوروبا.منتصف القرن الثاني عشر الميلادي: أُدْخِلَ نظام الأعداد الهندية والعربية إلى أوروبا نتيجةً لترجمة كتاب الخوارزمي في الحساب.

1542م: ألف جيرولامو كاردانو أول كتاب في الرياضيات الحديثة.

1557م: أدخل روبرت ركورد إشارة المساواة (=) في الرياضيات معتقداً أنه لا يوجد شيء يمكن أن يكون أكثر مساواة من زوج من الخطوط المتوازية.

1614م: نشر جون نابيير اكتشافه في اللوغاريتمات، التي تساعد في تبسيط الحسابات.

1637م: نشر رينيه ديكارت اكتشافه في الهندسة التحليلية، مقرراً أن الرياضيات هي النموذج الأمثل للتعليل.منتصف العقد التاسع للقرن السابع عشرالميلادي: نشر كل من السير إسحق نيوتن وجوتفريد و ليبنتز بصورة مستقلة اكتشافاتهما في حساب التفاضل والتكامل.

1717م : قام أبراهام شارب بحساب قيمة النسبة التقريبية حتى 72 منزلة عشرية.

1742م: وضع كريستين جولدباخ ما عُرف بحدسية جولدباخ: وهو أنّ كلّ عدد زوجي هو مجموع عددين أوليين. ولا تزال هذه الجملة مفتوحة لعلماء الرياضيات لإثبات صحّتها أو خطئها حتى الآن.

1763م : أدخل جسبارت مونيي الهندسة الوصفية وقد كان حتى عام 1795م يعمل في الاستخبارات العسكرية الفرنسية.

بداية القرن التاسع عشر الميلادي: عمل علماء الرياضيات كارل فريدريك جوس ويانوس بولْياي، نقولا لوباشيفسكي، وبشكل مستقل على تطوير الهندسة اللا إقليدية.

بداية العقد الثالث من القرن التاسع عشر: بدأ تشَارْلْز بَبَاج في تطوير الآلات الحاسبة.

1822م: أدخل جين بابتست فورييهٌ تحليل فورييه.

1829م: أدخل إفاريست جالوا نظرية الزمر.

1854م: نشر جور بولي نظامه في المنطق الرمزي.

1881م: أدخل جوشياه وِيلارد جبس تحليل المتجهات في ثلاثة أبعاد. أواخر القرن التاسع عشر الميلادي: طور جورج كانتور نظرية المجموعات والنظرية الرياضية للمالانهاية.

1908م: طور إرنست زيرميلو طريقة المسلمات لنظرية المجموعات مستخدمًا عبارتين غير معروفتين وسبع مسلمات.

1910–1913م: نشر ألفرد نورث وايتهيد وبرتراند رسِل كتابهما مبادئ لرياضيات وجادلا فيه أنّ كل الفرضيات الرياضية يمكن استنباطها من عدد قليل من المسلمات.

1912م: بدأ ل. ي. ج. برلور الحركة الحدسية في الرياضيات باعتبار الأعداد الطبيعية الأساس في البنية الرياضية التي يمكن إدراكها حدسيًا.

1917م : قام أبراهام شارب بحساب قيمة النسبة التقريبية حتى 72 منزلة عشرية.

1921م: نشر إيمي نوذر طريقة المسلمات للجبر .

بداية الثلاثينيات من القرن العشرين الميلادي: أثبت كورت جودل أن أي نظام من المسلمات يحوي جملاً لا يمكن إثباتها.

1937م: قدم أَلانْ تُورنْج وصفًا لـ " آلة تَورنج " وهي حاسوب آلي تخيلي يمكن أن يقوم بحل جميع المسائل ذات الصبغة الحسابية.

مع نهاية الخمسينيات وعام 1960م: دَخَلت الرياضيات الحديثة إلى المدارس في عدة دول.

1974م: طور روجر بنروز تبليطة مكونة من نوعين من المعينات غير متكررة الأنماط. واكتشف فيما بعد أن هذه التبليطات التي تدعي تبليطات بنروز تعكس بنية نوع جديد من المادة المتبلورة وشبه المتبلورة.

سبعينيات القرن العشرين: ظهرت الحواسيب المبنية على أسس رياضية، واستخدمت في التجارة والصناعة والعلوم.

1980م: بحث عدد من علماء الرياضيات المنحنيات الفراكتلية، وهي بنية يمكن استخدامها لتمثيل الظاهرة الهيولية.

تسعينيات القرن العشرين: الثورة العلمية وظهور العديد من الأبحاث فى مجال العلوم الرياضية.

(1 – 2) تعريف الرياضيات:

تعرف الرياضيات على أنها دراسة البنية ، والفضاء ، و التغير ، و بشكل عام على أنها دراسة البنى المجردة باستخدام المنطق و التدوين الرياضي. و بشكل أكثر عمومية، تعرف الرياضيات على أنها دراسة الأعداد و أنماطها. والبنى الرياضية التي يدرسها الرياضيون غالبا ما يعود أصلها إلى العلوم الطبيعية، و خاصة الفيزياء، ولكن الرياضيين يقومون بتعريف و دراسة بنى أخرى لأغراض رياضية بحتة، لان هذه البنى قد توفر تعميما لحقول أخرى من الرياضيات مثلا، أو أن تكون عاملا مساعدا في حسابات معينة، كذلك تعرف الرياضيات بأنها علم الدِّراسة المنطقيَّة لكمِّ الأشياء وكيفها وترابطها، كما أنه علم الدراسة المجردة البحتة التسلسلية للقضايا والأنظمة الرِّياضية. وهي واحدة من أكثر أقسام المعرفة الإنسانية فائدة وإثارة. ويُعزى سبب صعوبة تعريف كلمة رياضيات إلى المواضيع العديدة التي تشملها. و أخيرا فإن الرياضيين يعتبرون الرياضيات فن و ليس علماً تطبيقياً.

وتشتمل الرياضيات الأساسية على دراسة الأعداد والكميات والصيغ والعلاقات. فعلى سبيل المثال، يهتم علم الحساب بالمسائل التى تتعلق بالأعداد، أما علم الجبر فيهتم بحل المعادلات وهي الصيغ الرياضية التى تقوم على المساواة بين طرفين ، حيث تمثل الأحرف فيها كميات مجهولة. أما علم الهندسة فيهتم بدراسة خواص الأشكال في المستوى أو الفراغ.

أما الحوسبة فهي حل مسائل رياضية تتضمن إجراء العديد من العمليات العددية. والحاسوب أداة رياضية تقوم بالعمليات الحسابية بسرعة عالية. ويستخدم علماء الرياضيات الحاسوب لإجراء العمليات الحسابية المعقدة خلال دقائق قليلة، والتي قد يتطلب إجراؤها آلاف السنين باستخدام القلم والورقة.

وتتطلب الرياضيات مهارات أهمها: التحليل الدقيق، والتّعليل الواضح، وتساعد تلك المهارات الناس على حل بعض الألغاز الصعبة التي تواجههم.

وتُبنى الرياضيات على المنطق، فانطلاقا بفرضيات قُبلت على نطاق واسع، استخدم علماء الرياضيات المنطق لاستخراج النتائج وتطوير نظم رياضية متكاملة.

(1 – 3) أهمية الرياضيات فى حياتنا:

يتأثر كل جزء من حياتنا تقريبًا بالرياضيات.حيث أنها لعبت دورًا أساسيًا في تطور التقنية الحديثة كالأدوات، والتقنيات، ومصادر الطاقة التي جعلت حياتنا وعملنا أكثر يسرًا.

وتتدخل الرياضيات في تفاصيل حياتنا اليومية البسيطة منها والمعقدة. ففي الأمور البسيطة نتعرف على الوقت، وباقي نقودنا بعد شراء شيء ما، وفي الأمور المعقدة كتنظيم ميزانية البيت أو تسوية دفتر الشيكات.وتستخدم الحسابات الرياضية في الطبخ والقيادة والبستنة، والخياطة، ونشاطات عامة عديدة أخرى. وتؤدي الرياضيات كذلك دورًا في العديد من الهوايات والألعاب الرياضية.

أما فى مجال العلوم فالرياضيات دور هام في جميع الدراسات العلمية تقريبًا إذ تساعد العلماء على تصميم تجاربهم وتحليل بياناتهم. ويستخدم العلماء الصيغ الرياضية لتوضيح ابتكاراتهم بدقة، ووضع التنبؤات المستندة إلى ابتكاراتهم.

وتعتمد العلوم الفيزيائية، كغيرها من العلوم مثل الفلك، والكيمياء إلى حد كبير على الرياضيات. كما تعتمد العلوم الإنسانية كالاقتصاد، وعلم النّفس، وعلم الاجتماع بقدر كبير على الإحصاء وأنواع أخرى في الرياضيات. فمثلاً، يستخدم الاقتصادي الحاسوب لتصميم نماذج رياضية لأنظمته الاقتصادية .

وتستخدم نماذج الحاسوب هذه مجموعة من الصيغ لمعرفة مدى التأثير الذي قد يحدثه تغير في جزء من الاقتصاد على الأجزاء الأخرى.

وفي الصناعة تساعد الرياضيات الصناعة في التصميم، والتطوير، واختبار جودة الإنتاج والعمليات التصنيعية. كما أن الرياضيات ضرورية لتصميم الجسور، والمباني،والسدود والطرق السريعة، والأنفاق، والعديد من المشاريع المعمارية والهندسية الأخرى. وفي التجارة تُسْتَخْدَم الرياضيات في المعاملات المتعلقة بالبيع والشراء. وتكمن حاجة الأعمال التجارية إلى الرياضيات في حفظ سجلات المعاملات كمستويات الأسهم، وساعات عمل الموظفين ورواتبهم. ويستخدم المتعاملون مع البنوك الرياضيات لمعالجة واستثمار سيولتهم النقدية. وتساعد الرياضيات كذلك شركات التأمين في حساب نسبة المخاطرة وحساب الرسوم اللازمة لتغطية التأمين.

(1 – 4) أقسام وفروع الرياضيات:

يمكن تقسيم الرياضيات إلى رياضيات بحتة ورياضيات تطبيقية.

وتهتم الرياضيات البحتة بتطوير المعرفة الرياضية لذاتها دون اعتبار لتطبيق حالي عاجل، فمثلاً، قد يبتدع أحد علماء الرياضيات عالمًا خياليًا لكل شيء فيه أبعاد أخرى غير الطول والعرض والارتفاع. وتهتم الرياضيات التطبيقية بتطوير أساليب رياضية لتستخدم في العلوم والمجالات الأخرى.

والحدود بين الرياضيات البحتة والتطبيقية ليست دائمًا واضحة. فغالبًا ما تجد تطبيقات عملية لأفكار طورت في الرياضيات البحتة، وكثيرًا ما تقود أفكار في الرياضيات التطبيقية إلى أبحاث في الرياضيات البحتة.

(1 – 3 – 1) فروع الرياضيات:

للرياضيات فروع عديدة وقد تختلف هذه الفروع في نوعية مسائلها والتطبيقات العملية لنتائجها. وعلى أية حال، فغالبًا ما يشترك علماء الرياضيات العاملون في شتى الفروع في استخدام نفس المفاهيم والعمليات الأساسية ويناقش هذا البند بعض الأنواع الأساسية في الرياضيات.

أ) الحساب:

ويشمل دراسة الأعداد الصحيحة والكسور والأعداد العشرية وعمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة. وهو بمثابة الأساس لأنواع الرياضيات الأخرى حيث يقدم المهارات الأساسية مثل العد وتجميع الأشياء والقياس ومقارنة الكميات.

ب) الجبر:

فخلافًا للحساب، فالجبر لا يقتصر على دراسة أعداد معينة، إذ يشمل حل معادلات تحوي أحرفًا مثل س وص، تمثل كميات مجهولة .كذلك يستخدم في العمليات الجبرية الأعداد السالبة والأعداد الخيالية (الجذور التربيعية للأعداد السالبة).

ج)الهندسة:

تدرس الهندسة خواص وعلاقات الأشكال في الفضاء . كما تدرس الهندسة المستوية المربعات والدوائر والأشكال الأخرى في المستوى، وتُعنى الهندسة الفراغية بدراسة الأشكال ذات الأبعاد الثلاثة مثل المكعب والكرة. وفي حوالي 300 ق.م، وضع عالم الرياضيات الإغريقي إقليدس، تعاريف وفرضيات نظام للهندسة يصف العالم كما نعيشه. وفيما بعد طوّر علماء الرياضيات نظمًا بديلة للهندسة رفضت فرضية

إقليدس المتعلقة بالمستقيمات المتوازية. وقد أثبتت هذه الهندسة المخالفة لفرضية إقليدس (الهندسة اللا إقليدية) فائدتها على سبيل المثال في النظرية النسبية التي تُعَدُّ واحدة من الإنجازات القيّمة للتفكير العلمي.

د)الهندسة التحليلية وحساب المثلثات:

تربط الهندسة التحليلية بين الجبر والهندسة، فهي تعطي تمثيلاً لمعادلة جبرية بخط مستقيم أو منحنٍ. وتجعل من الممكن التعبير عن منحنيات عدة بمعادلات جبرية، ومثال على ذلك: فإن المعادلة س= ص^2 تصف منحنى يُسمى القطع المكافئ.

ويستخدم الفلكيون والبحارة والمساحون حساب المثلثات بشكل كبير لحساب الزوايا والمسافات في حالة تعذر القياس بطريقة مباشرة. ويبحث حساب المثلثات في العلاقة بين أضلاع وزوايا المثلث، وعلى الأخص المثلث قائم الزاوية (مثلث إحدى زواياه $90°$)، وتسمى العلاقات بين أطوال ضلعين في مثلث قائم الزاوية بالنسب المثلثية .وباستخدام هذه النسب يمكن حساب الزوايا وأطوال أضلاع المثلث غير المعلومة من الزوايا والأطوال الأخرى المعلومة. وتصف المعادلات المتضمنة لنسب مثلثية المنحنيات التي يستخدمها الفيزيائيون والمهندسون لتحليل خواص الحرارة والضوء والصوت والظواهر الطبيعية الأخرى.

هـ) حساب التفاضل والتكامل والتحليل:

له تطبيقات عدة في الهندسة والفيزياء والعلوم الأخرى. ويمدنا حساب التفاضل والتكامل بطرائق لحل عديد من المسائل المتعلقة بالحركة أو الكميات المتغيرة. ويبحث حساب التفاضل في تحديد معدل تغير الكمية. ويستخدم أيضاً لحساب ميل المنحنى ومعدل التغير في سرعة جسم ما. أما حساب التكامل فهو محاولة إيجاد الكمية بمعلومية معدل تغيرها، ويستخدم لحساب المساحة تحت

منحنى ومقدار الشغل الناتج عن تأثير قوة متغيرة. وخلافًا للجبر، فإن حساب التفاضل والتكامل يتضمن عمليات مع (كميات متناهية الصغر) كميات صغيرة ليست صفرًا ولكنها أصغر من أي كمية معطاة).

أما التحليل فيتضمن عمليات رياضية متعددة تشمل اللانهاية والكميات المتناهية الصغر .ويدرس التحليل المتسلسلات اللانهائية وهي مجاميع غير منتهية لمتتابعات عددية أو صيغ جبرية. ولمفهوم المتسلسلات اللانهائية تطبيقات مهمة في مجالات عدة مثل دراسة الحرارة واهتزازات الأوتار.

و) الاحتمالات والإحصاء:

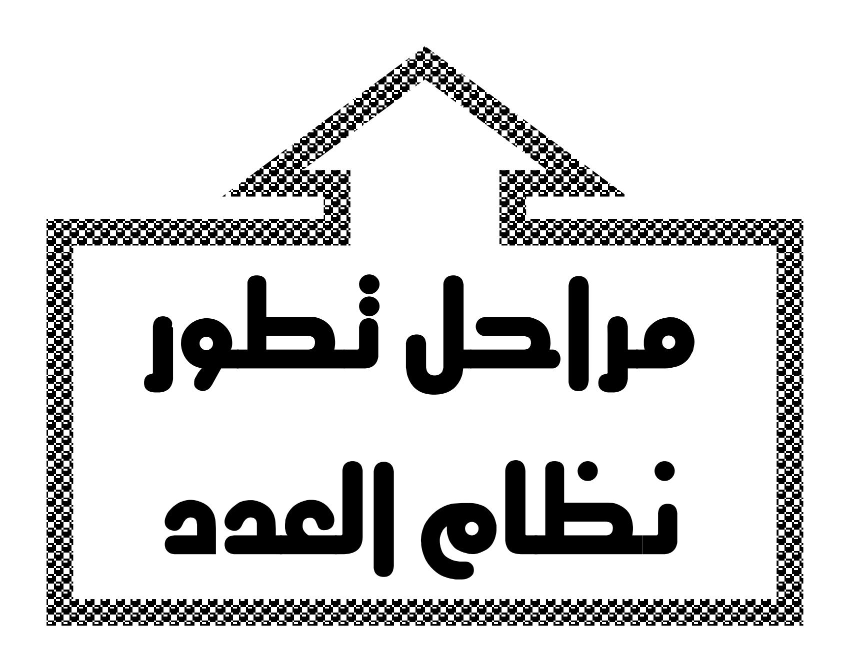
الاحتمالات هى الدراسة الرياضية لمدى احتمال وقوع حدث ما. ويُسْتَخْدَم الإحتمال لتحديد فرص إمكانية وقوع حادث غير مؤكد الحدوث .فمثلاً، باستخدام الاحتمالات يمكن حساب فرص ظهور وجه القطعة في ثلاث رميات لقطع نقدية. أما الإحصاء فهو ذلك الفرع من الرياضيات الذي يهتم بجمع البيانات وتحليلها لمعرفة الأنماط والاتجاهات العامة. ويعتمد الإحصاء إلى حد كبير على الاحتمالات . وتزود الطرق الإحصائية الحكومات، والهيئات التجارة، والعلمية بالمعلومات اللازمة. فمثلاً، يَسْتَخْدم الفيزيائيون الإحصاء لدراسة سلوك العديد من الجزيئات في عينة من الغاز. كما يستخدم الإحصاء فى شتى فروع العلوم الإنسانية.

ي) نظرية المجموعات والمنطق:

تبحث نظرية المجموعات في صفات وعلاقات المجموعات. والمجموعة هي تجمع من الأشياء، قد تكون أعدادًا، أو أفكارًا أو أشياء أخرى. وتكمن أهمية دراسة المجموعات في التحقق من المفاهيم الرياضية الأساسية .

أما المنطق فهو ذلك الفرع من الفلسفة الذى يتعامل مع قواعد التعليل الصحيح. وقد طور علماء الرياضيات المنطق الرمزي ، وهو نظام اصطلاحي للتعليل يستخدم الرموز والطرق الرياضية. وقد استنبط علماء الرياضيات نظمًا عديدة للمنطق الرمزي، كانت لها أهميتها في تطوّر علم الحاسب فى العصر الحالى..

الفصل الثاني



مراحل تطور نظام العدد

(2 – 1) مقدمة

عاش الإنسان القديم تحيط به ظواهر الطبيعة من كل جانب. وكان هناك الكثير من الظواهر التي تشده إليها، وتدفعه إلى التأمل والتفكير .فحينما يتجه إلى السماء ليلاً يجد النجوم تتلألأ، وإذا اتجه ببصره إلى الأرض، نهاراً، وجد الأشجار الباسقة، وما يحيط به من إنسان وحيوان. وكل هذه، وغيرها، دفعته إلى المقارنة بين هذه الكميات، وإلى أن يحصي عددها، أو يدرك مقدارها، هل هي كثيرة؟ أو كثيرة جداً؟ أو قليلة جداً؟ وهذا في الواقع هو بداية التفكير في العد والأعداد.

كما تشير الدلائل إلى أن فكرة الإنسان الأول عن الكميات لم تكن واضحة تمام الوضوح؛ فكان ينظر إلى الأشياء التي يراها، باعتبارها وحدة واحدة؛ فإذا كانت مجموعة من الحيوان مثلاً، نظر إليها على أنها وحدة واحدة، وليست أفراداً. ولعل أول طريقة عبر بها القدماء عن الكمية كانت باستخدام الإشارة بالأيدي للدلالة على مقدار الكمية؛ فهي كثيرة جداً، أو كثيرة، أو قليلة، أو قليلة جداً، وكان في كل حالة يفتح الذراعين بقدر معلوم للدلالة على تلك الكمية كوحدة، وهذا يشبه معاملة الأطفال الصغار عندما يعبرون عن الشيء الكثير قبل أن تكون لديهم فكرة عن معنى الأعداد، وأسمائها، وعن النظام العددي، أي أن فكرة الإنسان البدائي عن الكميات كانت فكرة تقريبية، وليست فكرة مضبوطة تماماً. كما أنه لم يستخدم كلمات أو رموزاً للتعبير عن الكمية. ثم أتت، بعد ذلك، مرحلة استخدم فيها الإنسان الأشياء، وأوصافها للتعبير عن الكميات. ولم يكن الراعي ليدرك مثلاً أنه يملك خمسة رؤوس من الأغنام، وإنما استخدم الكلمات لمعرفة كميتها، بقوله:

إنه لديه واحدة لونها أبيض، وواحدة لونها بني، وواحدة ذات قرون طويلة، وما يشبه ذلك، أي أنه يعرفها فرداً فرداً، بقدر ما تسمح به ذاكرته، وبقدر عدد القطيع، حتى إذا بلغ مقداراً لا تعيه ذاكرته، أو التبست عليه الألوان، أو تعددت الأنواع، وأصبح لديه من كل نوع، أو لون، كمية معينة، شعر بعجز تلك الطريقة، وبدأ يفكر في طريقة أخرى أكثر دقة في العد .

وكانت المرحلة الثانية، هي مرحلة المطابقة بين الشيء ونظيره، أو "واحد لواحد"، وتتلخص هذه الطريقة في المقارنة بين الشيء وما يناظره. وكانت تلك النظائر في أول الأمر أشياء بسيطة سهلة، يراها الإنسان، ويحس بها، أو مجموعات معروفة له، كأصابع اليدين، وأجنحة الطير أو مخالبها، وأذني الإنسان، وما شابه ذلك. ومن أمثلة هذا أن يقول رجل لآخر: "قتلت اليوم من الذئاب قدر ما للنعامة من أظلاف" أو "إن عنده من النساء قدر ما عند الإنسان من آذان". وفكرة مقارنة الأشياء بمجموعات معروفة، مثل: الأنف، والأذنين، وأوراق نبات البرسيم، وأظلاف النعام، وأصابع اليد، تقابل اليوم 1، 2، 3، 4، 5، على الترتيب .

ولا ريب أن فكرة التجميع قد سهلت على الإنسان البدائي عملية التفكير في مجموعات تمثِّل المقادير، ولكن هذه المجموعات كانت صغيرة، ولا تصلح للكميات الكبيرة، وهذا ولَّد لدى الإنسان الشعور بالحاجة إلى اختراع طريقة أخرى من طرق المطابقة، وكانت تلك هي طريقة استخدام الحصى، فعدد أفراد القطيع، أو السهام، أو الأشجار، التي يملكها، أو كمية الطير التي اصطادها، يمكن أن يعرف مقدارها عن طريق مطابقتها مع كمية معينة من الحصى. وما زال أفراد بعض القبائل الهندية، في ولاية أريزونا يحمل كيساً به مجموعة من الحصى تطابق كمية ما عنده من الخيل. وقد استخدم بعض الأقدمين بدلاً من المطابقة بالحصى نوعاً من الأحجار المستطيلة على هيئة عصى يحفرون عليها علامات. وكل علامة تقابل فرداً مما يملكون، بحيث يدل مقدار الحفرات، أو الحزَّات على عدد هذا الشيء. ولكن

البعض تخلص من الجهد اللازم للحفر على الحجر؛ فاستخدم فروعاً من الأشجار يسجل عليها علاماته بعمل حزات بآلة حادة لتمثل الكميات، التي لديه. ولجأ آخرون إلى استخدام ألياف الأشجار، وعمل عُقد عليها بقدر الكمية الموجودة. ولا شك أن طريقة المقارنة جعلت الإنسان يشعر بشيء من الثقة في معرفة كمية ما عنده من أشياء، عند مقارنتها بالعلامات أو بالحصى. وهذه الطريقة أعطت فكرة "التساوي" عندما تتم المطابقة، وفكرة "أقل" أو "أكثر" في حالتي عدم المطابقة، وهي، على أي حال، كانت خطوة نحو الأمام في تطور التفكير البشري، إلا أن هذه الطريقة ظلت قاصرة عن أن تدل الرجل البدائي على عدد ما عنده، أو تعطيه اسماً، أو عدداً، يبين المقدار الذي يريده، ليسجل الاسم أو العدد بسهولة، وبساطة، بدلاً من الحصى الذي يحمله، أو الأحجار، وفروع الأشجار التي يحفر عليها . وتحدثنا صفحات التاريخ عن نظم عددية مختلفة، ارتبط كلٌ منها بحضارة من الحضارات القديمة، إلا أن كلاً من هذه الحضارات كانت تضع لبنة، أو لبنات في بناء هيكل علم الحساب، إلى أن تميَّز النظام العددي، الذي ساد العالم المتحضر، بل أصبح لغة عالمية واحدة، لم تصل اللغات بعد إلى ما يشبهها .والنظام العددى هو طريقة للعد وتسمية الأعداد وتسمى أيضًا أنظمة الأرقام، ولأن الأعداد أفكار ذهنية، فإننا لا نستطيع رؤيتها أو لمسها، لكن بإمكاننا استخدام رموز لتمثيلها. . وجدير بالذكر أن نظام العد مر بعدة مراحل حتى وصل إلى الصورة المستخدمة الآن وهذه المراحل هى مرحلة الحصر ومرحلة العد ومرحلة العدد.

(2 – 2) مرحلة الحصر *Enumeration Stage*

كان للشعوب البدائية عدة طرق لتسجيل الأعداد القليلة التي يحتاجونها. فكان بإمكان الراعي أن يجمع عدد الخراف في القطيع بحيث تمثل الحصاة الواحدة خروفاً واحداً. وكان الكيس من الحصى يعني كامل القطيع. وبمقارنة الحصى مع القطيع، يتمكن الراعي من معرفة إن كان أحد الخراف مفقوداً. ويطلق علماء

الرياضيات على هذا النوع من المقارنة علاقة واحد إلى واحد. وفيما بعد طور الناس طرقاً أخرى لتسجيل أعداد الأشياء التي يمتلكونها، فقاموا بربط عقد في حبل جلدي أو قاموا بخدش علامة تسجيل على جانب صخرة، ومن ثم قاموا بمقارنة العقد أو العلامات مع كل شيء على حدة. ثم لجأ الناس إلى استخدام الكلمات للتعبير عن شيئين، وللتعبير عن أربعة أشياء استخدموا اسم فاكهة تنمو في عنقود من أربع ثمرات. واستخدموا كلمة يد للتعبير عن 5 أشياء. وقد ظهرت هذه العلاقة بين الأعداد والأسماء في لغات بدائية عديدة حيث أثبتت بداية تفكير الناس في الأعداد. لقد ميزوا فكرة الثلاثية لمجموعة تحتوي على ثلاثة أشياء سواءً كانت هذه الأشياء سمكاً أو حصى أو علامات تسجيل .

(2 – 3) مرحلة العد *Numeration Stage*

فى هذه المرحلة بدأ الإنسان يستخدم كلمات بدلاً من الإشارة إلى عناصر مجموعات المقارنة ، فقد شرع الناس في العد عن طريق وضع الأسماء الممثلة للأرقام في ترتيب معين، فنطقوا أو كتبوا الكلمة التي تعني واحداً ثم الكلمة التي تعني اثنين، ثم الكلمة التي تعني ثلاثة، وهكذا .

وقد ظهر استخدام الأصابع قبل أن توجد فكرة الأرقام، أي أن اليد كانت "العداد الطبيعي" أو "الآلة الحاسبة"، التي لا زال الكثيرون يستخدمونها إلى الآن. وقد استخدمت بعض قبائل المايا القديمة في الأمريكتين، كلمات مثل "يد" لتدل على "خمسة"، و "رجل" لتدل على "عشرة"، أو اليدين كلتيهما للدلالة على " عشرة"، وربما مجموع أصابع اليدين والقدمين للدلالة على "عشرين". وقد أمكن استخدام الأصابع في الدلالة على أعداد مختلفة لا حصر لها، وذلك بصنع أشكال مختلفة من خلال ثني بعض الأصابع بطرائق معينة. فقد كانت اليد هي العداد الطبيعي، وقد ألف بعض الناس، في القرون الوسطى، استخدام طريقة الأصابع، على مدى واسع، في تجارتهم مع بعضهم البعض، ومع الأجانب؛ حتى أصبحت كأنها لغة

عالمية تدل على الكميات، وقد استخدموا اليد اليسرى لتدل على الأعداد من 1 إلى 90، واليد اليمنى، لتشمل المئات من 100 إلى 900، أي أنهم استطاعوا أن يمثلوا المقادير اللازمة لهم، في التجارة، عن طريق أصابع اليدين. وما زال بعض الصينيين يستخدمون هذه الطريقة إلى الآن، ويستخدمونها بمهارة فائقة لدرجة أنهم يستطيعون المساومة، أثناء الشراء والبيع، بتحريك أصابعهم دون أن يفهم غيرهم ما يفعلون واستخدمت طريقة الأصابع للدلالة على الكميات؛ فقد كانت الأصابع أسهل وسيلة، وأقربها إلى الإنسان، لإجراء عملية العد وضبطها، يقابل الإنسان بين الأشياء المختلفة وبين أصابعه، أصبعاً أصبعاً أصبعاً، وهكذا نشأ العدد، وحيثما وجد الأسلوب العددي، وُجد العد على الأصابع سابقاً له، أو مصاحباً له. والواقع أن الإنسان يجد في أصابعه أداة تمكنه من أن ينتقل بطريقة سهلة إلى العدد الترتيبي، فاستخدم أصابع اليد، ثم القدمين، ولا زالت كلمة Digits الانجليزية (وهي تساوي كلمة بضع بالعربية، أي رقم دون العشرة)، والتي تعني الأصابع، تستعمل للتعبير عن الأرقام .

(4 – 2) مرحلة العدد *Number Stage*

وهذه هي المرحلة الثالثة من تطور نظام العدد ، وفى هذه المرحلة بدأ ظهور العدد بمعناه الطبيعى أى العدد 1،2،3،4،5،... وهكذا.

ويطلق على هذا العدد اسم العدد الكاردينالى ويستخدم هذا العدد فى عد مجموعة من الأشياء مثل:

$$\{\Delta, \Delta, \Delta, \Delta, \Delta, \Delta, \Delta\}$$

فيتم العد كالآتى: 1،2،3،4،5، 6، 7 فيكون آخر عدد هو " 7 " وهذا العدد يدل على كم العناصر الموجود فى تلك المجموعة. وهذا العدد " 7 " هو العدد الكاردينالى. وهذا العدد مستقل عن صفات هذه المجموعة كما أنه لا يتوقف على ترتيب عناصر المجموعة.

وكما ذكرنا فى البند (2 – 2) أن الإنسان قد استخدم أصابع اليدين والقدمين للدلالة عن العدد 5 ، 10 ، 20 ، ثم تلى ذلك وجود مجموعات مقارنة مختلفة استطاع الإنسان مع مرور الزمن من ترتيبها وإعطائها أسماء تقابل أسماء الأعداد: 1،2،3،4،5،6،7 ،... حيث تزداد كل مجموعة عن سابقتها بواحد فقط وهو ما يسمى بعدد الرتبة مثل: الأول، الثانى، الثالث ، الرابع ، الخامس ،... إلى أصبحت هذه الأسماء العددية هى نفسها التى تستخدم للعد.

(2 – 5) أنظمة العد البدائية *Primary Numeration System*

(2 – 5 – 1) النظام الخماسي القديم:

نشأ هذا النظام حين كان الإنسان لا يعد إلا على أصابع يد واحدة. ومردُّ ذلك إلى أن الإنسان البدائي، نادراً ما كان يتجول هنا وهناك؛ بحثاً عن مصادر العيش، ويمارس حياته، دون أن يمسك بإحدى يديه، وهي اليمنى في الغالب، عصاً أو سلاحاً ما؛ فإذا أراد أن يعد، عدَّ على يده اليسرى. ومن المعلوم أن الذي يستخدم يده اليمنى، يلجأ غالباً إلى استعمال يده اليسرى في العد. وإذا قورنت كلمة "خمسة" في اللغات السنسكريتية، والفارسية، والروسية، وجدناها تدل على معنى اليد .

(2 – 5 – 2) النظام العشرى القديم:

كانت أصابع الإنسان العشرة وراء اختراع النظام العشري، وهو يُمثَّل من خلال مجموعات، يتكون كل منها من عشرة، وقد ظهر هذا النظام لدى عدد من الشعوب القديمة . كما سيأتي . فكان من يقوم بالعد منهم، يجعل كل عشرة أعواد في حُزمة، وبهذا يكون عدد الأعواد عشرة أمثال عدد الحزم. فإذا زاد عدد الحزم كثيراً، فربما يخطر له أن يعتبر كل حزمة كأنها عود واحد؛ فيجعل حزماً جديدة، كل منها قوى العشرة. وقد تتكرر هذه العملية بأعداد هائلة، مما أدى إلى إدراك المئات، والآلاف، وعشرات الآلاف، وهكذا.

(2 – 5 – 3) النظام العشرينى القديم:

هو ضعف النظام العشري، ويقوم على اعتبار أصابع الإنسان (في اليدين والقدمين) وحدة واحدة، قوامها 20، ولا نزال نجد آثاراً من النظام العشريني، في الكثير من اللغات، ففي الإنجليزية كلمة Score على الوحدة التي تساوي عشرين، ويعدون بها. وفي الفرنسية يعبرون عن الثمانين بقولهم Quatre – Vingt "أربع عشرينات" وعن 95 بقولهم أربع عشرينات وخمسة عشر، أما في اللغة الدانمركية، فلا يزال النظام العشريني يُستعمل بانتظام في تسمية الأعداد، التي تقل عن (100)، ووحدتها العشرون (20، 40، 60، 80). ولا زالت قبائل هنود "المايا" في أمريكا الوسطى، وغيرها، إلى يومنا هذا، تستخدم هذا النظام . وكان اليوم عند تلك القبائل مقسماً إلى عشرين ساعة، وكانت فرقة الجيش مكونة من:

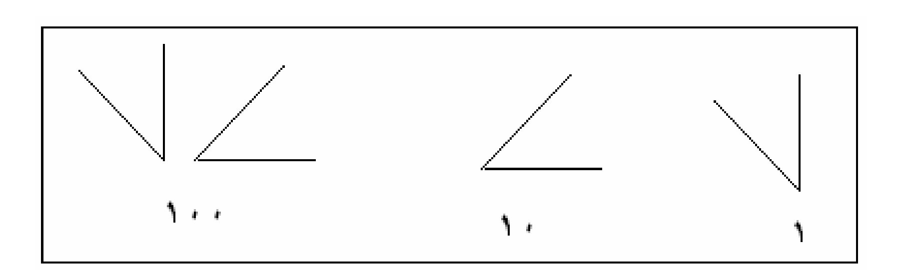
8000 (أي 20 × 20 × 20)

وهكذا، يرجع الفضل إلى أصابع الإنسان في نجاحه في العد، ودون هذه الأداة، ما كان الأسلوب العددي عند الإنسان ليتقدم إلى أبعد من الإحساس العددي الفطري. ويظل العد على الأصابع مستخدماً، إلى يومنا هذا. وإلى عهد قريب، كان العد على الأصابع عادة منتشرة في غرب أوروبا، إلى درجة إنه لا يوجد كتاب مدرسي يعد نموذجياً، ما لم يبين كيفية العد كاملة باستخدام الأصابع .

(2 – 5 – 4) نظام العد البابلى:

تاريخ الرياضيات بدأ عندما كان الكتبة البابليون منذ 3000سنة يمارسون كتابة الأعداد وحساب الفوائد ولاسيما في الأعمال التجارية ببابل (مادة) . وكانت الأعداد والعمليات الحسابية تدون فوق ألواح الصلصال بقلم من البوص المدبب. ثم توضع في الفرن لتجف . وكانوا يعرفون الجمع والضرب والطرح والقسمة . ولم يكونوا يستخدمون فيها النظام العشري المتبع حاليا مما زادها صعوبة حيث كانوا

يتبعون النظام الستيني الذي يتكون من 60 رمزا للدلالة علي الأعداد من 1 – 60 . وما زال النظام الستيني متبعا حتى الآن في قياس الزوايا في حساب المثلثات و قياس الزمن (الساعة =60 دقيقة والدقيقة = 60ثانية). وقام العلماء المختصون بترجمة ألواح الطين البابلية. فاتضح أن البابليين كانوا على قدر كبير من البراعة في علم الحساب والفلك، حيث قاموا باستحداث وتطوير النظام الذي نستخدمه الآن لقياس الزوايا بالدرجات والدقائق والثواني. ولما كان هنالك 60 ثانية في الدقيقة، و 60 دقيقة في الساعة، فقد بني هذا النظام على العشرات حتى العدد 60، وعلى 60 من بعد ذلك .وتدل الألواح الطينية على أن البابليين منذ ما يقرب من 3000 سنة مضت قد استخدموا رمزاً للعدد صفر، ورمزاً آخر للفاصلة العشرية. ومع أننا قد ورثنا فكرة استخدام العدد 60 للزمن والزوايا، إلا أن فكرة البابليين عن قيمة خانة ضاعت منا حتى أعاد الهنود اكتشافها. وقد كان لنظامهم العدى رموز مسمارية الشكل كما إنها كانت تأخذ معان مختلفة وقد استخدم البابليون أيضا فكرة الطرح في التعبير عن بعض الأعداد وكذلك ظهرت الدوائر في بعض لوحاتهم الأثرية لتمثل ما نعنيه الآن بالصفر وذلك لتمثيل عدم وجود عدد وقد كانت رموزهم الأساسية كما بالشكل التالي :

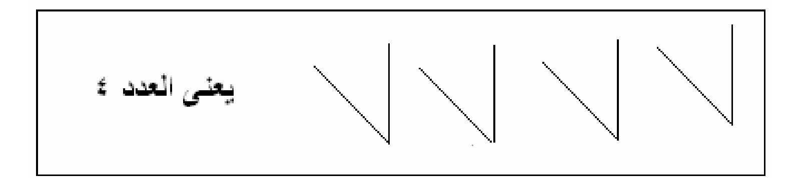


وكان يستخدم الرمز ∨ ليعني 60 ، 3600 ، ... وبصفة عامة $(60)^{ن}$.

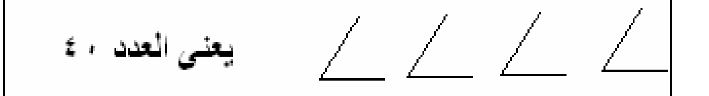
كما كان الرمز ∠ يستخدم ليعني أعداد مثل 10 × 60 ، 10 × 3600 ، ... وبصفة عامة 10 × $60^{ن}$.

وقد وجد في اللوحات الأثرية أن البابليين كانوا يستخدمون الرمز الأفقي – ليدل على الواحد الصحيح والرمز + ليدل على العشرة و ≠ ليدل على العشرين.

فمثلاً الرمز:



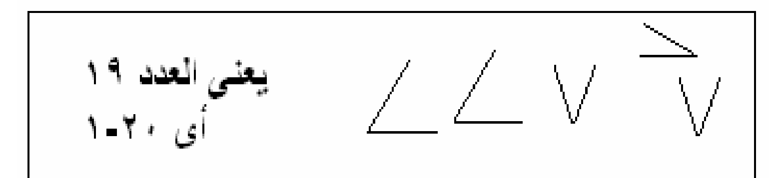
كما أن الرمز:



والرمز:



والرمز:

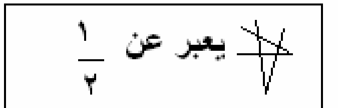


مثال(1 – 1) الرمز:

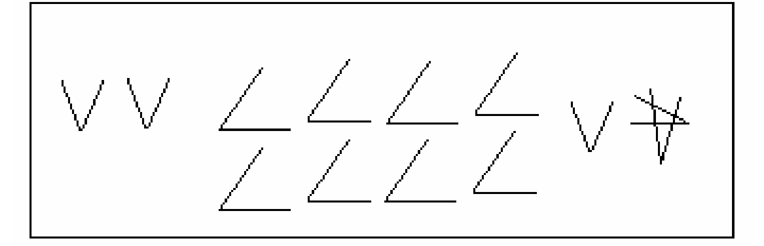
عبر عن العدد 201.5 بنظام العد البابلى؟

الحل:

الرمز:



ويكون الرمز:



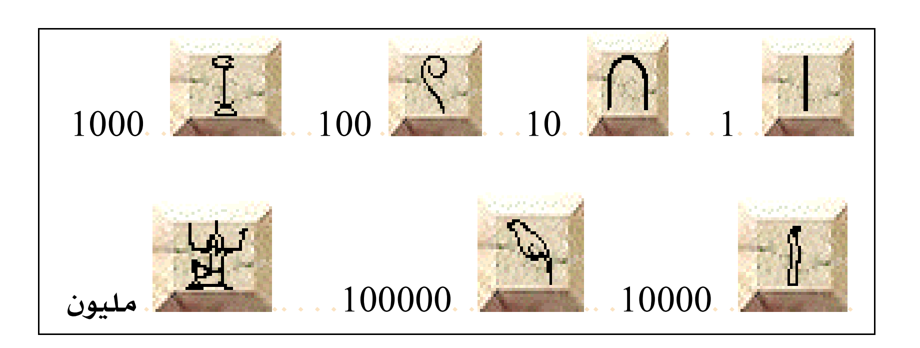
معبراً عن العدد المطلوب وذلك لأن:

$$201.5=\frac{١}{٢}+1+80+120=\frac{١}{٢}+1+10\times 8+60\times 2$$

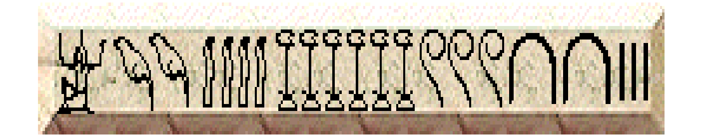
(2 – 5 – 5) نظام العد المصرى القديم:

استخدم المصريون القدماء منذ أكثر من 5000 سنة رموزا للأعداد: الواحد، العشرة، المائة، الألف، العشرة آلاف ، المائة ألف والمليون. ولم يكن لديهم رمز للصفر ، كما أن نظامهم العددي لم يكن يعتمد على فكرة القيمة المكانية أو الخانة

(آحاد – عشرات – مئات . . . إلخ) ؛ بل إن الرمز كان يكرر كثيرا ربما للدلالة على عدد نراه الآن بسيطا (بعد ابتكار النظام العشري ورمز الصفر وفكرة الخانة). وقد كانت اللغة الهيروغليفية هي لغة قدماء المصريين ، حيث كانت رموز الأعداد الهيروغليفية تكتب كما يلى:



مثال(1 – 2) الرمز:



يعبر عن الرقم: 1246323

(2 – 5 – 6) نظام العد الرومانى:

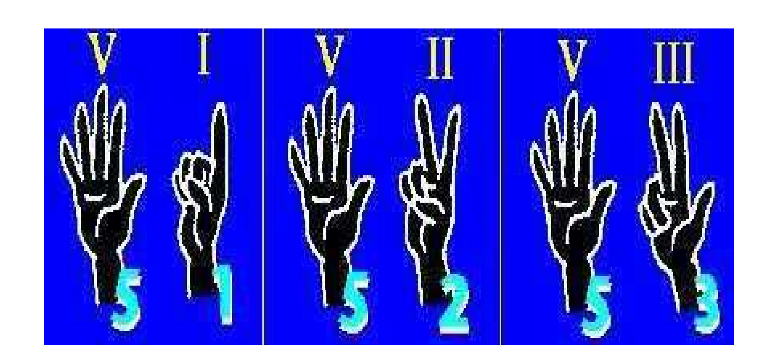
يحتوي نظام العد الروماني على لمحة من فكرة القيمة المكانية – كما سنرى – ويعتقد أن أساس النظام العددي الروماني هو العد بالأصابع يدل على ذلك أن الكلمة اللاتينية للأصبع هي Jigitus وتستخدم الآن كلمة مشتقة منها هي digit التي تستخدم في وصف أي رمز من رموزهم العددية. وقد كتب الرومان الأعداد من واحد إلى أربعة كما يلي:



أما رمز خمسة فقد كان علامة على شكل V ولعلها تمثل الفجوة بين الإبهام وبقية الأصابع كما بالشكل أدناه :



وقد نشأت عندهم فكرة القيمة المكانية مرتبطة بهذا الرمز؛ فلكي يتجنبوا التضخم في كتابة العدد I أربعة مرات هكذا IIII وضعوا I إلى يسار V وطبقت نفس الفكرة في رموز أخرى، وأصبح مفهوما أنه إذا كتب الرمز إلى يسار رمز آخر قيمته أكبر فإن العدد يدل على الفرق بين الرمزين وإذا كتب على يمينه فإن العدد يدل على مجموع الرمزين ، وقد نشأ هذا التعبير بالأصابع عن الأعداد 6 ، 7 ، 8 كما بالشكل:



وللتعبير عن العدد 9 كتب I على يسار الرمز الدال على عشرة وهو X ولعله مأخوذ من وضع اليدين متقاطعتين. إذن فالعدد 9 يكتب هكذا IX ثم العدد 10 يكتب X ثم العدد 11 ويدل عليه الرمز XI حيث يوضع الرمز المعبر عن العدد واحد على يمين رمز العشرة ليدل ذلك على مجموع الرقمين وهكذا، وبذلك فإن الأرقام الرومانية الأولى هي:

الأرقام الرومانية الأولى	IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
ما يقابلها من الأرقام المعاصرة	9	8	7	6	5	4	3	2	1
الأرقام الرومانية الأولى	XVI	XIII	XII	XI	X				
ما يقابلها من الأرقام المعاصرة	14	13	12	11	10				

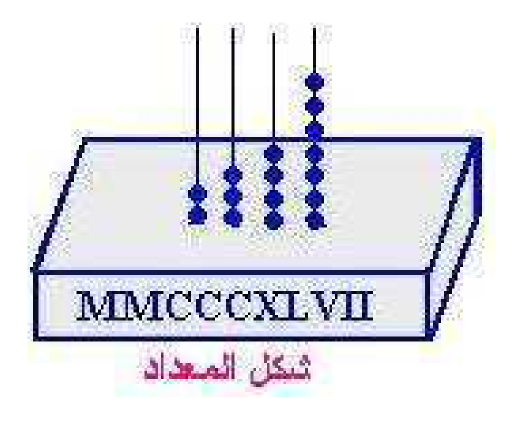
وهكذا إلى عشرين XX ثم ثلاثين XXX ولتجنب تكرار الرمز أربع مرات للدلالة على 40 هكذا XXXX وضع رمز L للدلالة على العدد خمسين ويعتقد أنه النصف الأسفل من حرف C الدال على مائة وهو الحرف الأول من كلمة Centum (أي مائة)، وعلى ذلك فإن العدد 40 يكتب هكذا XL بينما تدل LX على العدد ستين، كذلك فإن XC تدل على 90 بينما CX تدل على مائة وعشرة (110) ثم استخدم حرف M للدلالة على العدد ألف (1000) ربما لأن M هو الحرف الأول من كلمة Mille اللاتينية بمعنى ألف (1000) وقبل ذلك كان يتم التعبير عن العدد 1000 بالحرف Φ (فاي) اليوناني ثم كتب بصورة بسيطة هكذا (I) وهذا تحور إلى M للدلالة على 1000 أما العدد 500 فقد كان يتم التعبير عنه بالرمز I⊃ وهو كما نرى الجزء الأيمن من حرف (Φ) فاي في صورته البسيطة ثم تحور الرمز I⊃ الدال على خمسمائة إلى حرف D. والجدول التالي يبين باختصار الرموز الأساسية لنظام العد الروماني:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

وعلى ذلك فإن العدد MXDVIII يدل على 1408 ، والعدد MMCCCXXLV يدل على 2324 ، والعام 1999 يدل عليه العدد MCMXCIX وهكذا .... وقد ظل النظام الروماني سائدا في أوربا حتى دخول النظام العربي الخوارزمي(انظر الفصل السادس) وظل النظامان يتنافسان في أوروبا قرابة أربعة قرون إلى أن ساد النظام العربي لسهولته في تسجيل الأعداد وفي إجراء العمليات الحسابية دون حاجة إلى المعداد الذي كان يستخدم في ظل النظام الروماني.

جهاز المعداد الروماني:

الشكل أدناه يوضح جهاز المعداد الرماني وهو جهاز للعد في مصر والهند واليونان مأخوذا عن الإمبراطورية الرومانية؛ وهو عبارة عن قاعدة خشبية عليها أسلاك توضع فيها " بلى " أو " حبات " فالبلية في السلك الأول تعني شيئا واحدا ولو وضعت في السلك الثاني فإنها تعنى عشرة أشياء وفي السلك الثالث تعنى مائة شيء وهكذا – (فكرة الخانة) – وبالطبع كان ذلك قبل ابتكار الأرقام (العربية – الهندية) السهلة المستخدمة الآن. (لاحظ العدد 2347 على المعداد ويكتب MMCCCXLVII)



شكل(2 – 1)

(2 – 5 – 7) نظام العد الإغريقي (اليوناني):

لا يشك احد أن للإغريق دورا بارزا في تقدم الحضارة المادية ، لكن ينبغي أن يُعلم أنهم استفادوا كثيرا من الحضارات التي سبقتهم كالسومرية والآشورية والبابلية والمصرية القديمة والهندية ، كما استفادوا كثيرا من الفينيقيين الذين استعملوا في الألف الأولى قبل الميلاد الحروف العددية ، فتعلم الإغريق من الفينيقيين الكتابة – ولم يكونوا يعرفونها – وأخذوا عنهم حروفهم واستعملوها مدة طويلة في كتابتهم ، وكذلك في الرمز لأرقامهم إلى أن تغيرت لغتهم بمرور الزمن فتغيرت بذلك الحروف. وقد اعتمد الإغريق والرومان النظام العشري في العد ، وهم يكتبون أرقامهم من اليسار إلى اليمين ، وثمة تقارب بين الأرقام الإغريقية والرومانية ، انظر الشكل أدناه :

أشكال الأرقام عند الإغريق	I	Γ	Δ	Γ̄Δ	H	Γ̄H	X	Γ̄X	M	Γ̄M
القيمة العددية لها	1	5	10	50	100	500	1000	5000	10000	50000

فيلاحظ أن الفئة الخمسية – دون الخمسة ، وهي (50 ، 500 ، 5000 ، 50000) جمع فيها على التوالي – بين الخمسة والعشرة ، والخمسة والمائة ، والخمسة والألف ، والخمسة والعشرة آلاف.

وقد استعمل الأيونيون وهم قَبائل من الإغريق حروفهم للتعبير عن الأرقام ، وميزوا بين الحرف والرقم بوضع إشارة أعلى الرقم.

وعَرَف البطالمة – وهم إغريق مصر – الصفر ، وصورته عندهم (O) . ويبدو أنهم اقتبسوه مع النظام الستيني من البابليين ، أو أنهم تعلموه من الهنود ، وربما كان من اختراعهم .

واستعمل الإغريق (وكذلك العبريون والعرب قديما) حروفهم الهجائية في تمثيل الأعداد. واستخدم الإغريق الحروف α (إلفا)، β (بيتا)، ι (أيوتا)، κ (كبا) حيث تدل على الأعداد : واحد، اثنين..... عشرة، عشرين على الترتيب. وبينما تدل ιβ، على (عشرة واثنان) أي 12 فإنه لم يكن ممكنا تبادلهما كما هو الشأن في الرموز الحالية. إذ نستطيع الآن تبديل رقمي 12 إلى 21 لدلالة على واحد وعشرين. أما عند الإغريق فإن 21 يدل عليهما الرمز κα. وقد ترتب على عدم وصول الإغريق إلى فكرة القيمة المكانية أن استخدموا جميع الحروف الهجائية الأربعة والعشرين بالإضافة إلى ثلاث رموز أخرى في كتابة الأعداد الأساسية الأخرى فهي Γ (جاما) للدلالة على خمسة، H (ايتا) للدلالة على 100، X (خى) للدلالة على 1000، ولكتابة أى عدد كانت تتكرر هذه الأرقام باستخدام طريقة التجميع كما فعل المصريون القدماء ، وبمرور الوقت توصل اليونانيون إلى طريقة تسمح لهم باختصار الرموز تسمى (بالطريقة الضربية) في كتابة الأرقام فمثلا H تعني خمسمائة . ويلاحظ أن هذه الطريقة لا تستعمل إلا للتعبير عن عدد يساوي حاصل ضرب رقم خمسة. انظر الجدول التالى:

الحرف الكبير	الحرف الصغير	التسمية
A	α	ألفا
B	β	بيتا
Γ	γ	جاما
Δ	δ	دلتا
E	ε	إيسيلون
Z	ζ	زيتا
H	η	إيتا
Θ	θ	ثيتا
I	ι	إيوتا

الحرف الكبير	الحرف الصغير	التسمية
Κ	κ	كايا
Λ	λ	لامدا
Ξ	ξ	إكساي
Ο	ο	أوميكرون
Π	π	باي
Ρ	ρ	رو
Σ	σ	سيجما
Τ	τ	تاف
Υ	υ	إيبسيلون
Φ	φ	فاي
Χ	χ	خى
Ψ	ψ	إيساي
Ω	ω	أوميجا

(2 – 5 – 8) نظام العد العربى القديم:

استعمل العرب كغيرهم من الأمم قبل ظهور الإسلام الترقيم ، وسجلوا تلك الأرقام بالكلمات . كما أنهم استعملوا حروف أبجديتهم للدلالة على أرقامهم يرى كثير من الباحثين أن العرب لم يستعملوا ذلك إلا بعد قيام الدولة الإسلامية وسمّوه حساب الجمّل(وهو بتشديد الميم كما ضبطه الجوهري في الصحاح 4/1662). وثمة خلاف بين أهل المشرق وأهل المغرب في ترتيب حروف (أَبْجَد) ، ومن ثم اختلافهم في دلالتها على الأرقام . فرتب أهل المشرق حروف (أَبْجَد) على النحو التالي : (أَبْجَد هَوَّز حُطِّي كَلَمُن سَعْفَص قَرَشَت ثَخَذْ ضَظَغْ) (وقد ذكر الخوارزمي في مفاتيح العلوم أن: حروف حساب الجمّل وهي :

(أَبْجَد هَـوَّز حُـطِّي كَلَمُـن سَعْفَـص قَرَشَـت ثَخَـذْ ضَظَـغْ)، هـذا علـى مـا يستعمله الحسا بون، فأما على ما تعرفه العرب فـى: (أبـو جاد هـواز حطي كلمون سعفص قرشات). ودالتها عندهم على الأرقام كما في الجدول التالي:

الحرف	قيمته العددية	الحرف	قيمته العددية	الحرف	قيمته العددية	الحرف	قيمته العددية
أ	1	ح	8	س	60	ت	400
ب	2	ط	9	ع	70	ث	500
ج	3	ي	10	ف	80	خ	600
د	4	ك	20	ص	90	ذ	700
هـ	5	ل	30	ق	100	ض	800
و	6	م	40	ر	200	ظ	900
ز	7	ن	50	ش	300	غ	1000

أما ترتيبها عند أهل المغرب فهو على الصورة التالية:

(أَبْجَد هَوَّز حُطِّي كَلَمُـن صَعْفَض قَرَسَتَ. خَـذْ ظَغَـش)، فـالاختلاف بـين الفريقين في ثلاث كلمات فقط. وترقيم المغاربة الأبجدي حسب الجدول الآتي :

الحرف	قيمته العددية	الحرف	قيمته العددية	الحرف	قيمته العددية	الحرف	قيمته العددية
أ	1	ح	8	ص	60	ت	400
ب	2	ط	9	ع	70	ث	500
ج	3	ي	10	ف	80	خ	600
د	4	ك	20	ض	90	ذ	700
هـ	5	ل	30	ق	100	ظ	800
و	6	م	40	ر	200	غ	900
ز	7	ن	50	س	300	ش	1000

وجدير بالذكر أن العرب استعملوا في ظل الدولة الإسلامية ترتيبا آخر لهذه الحروف سُمي بحروف المعجم وبحروف الهجاء أو التهجي وبحروف العربية، يراعى تشابه الشكل مع اعتبارات أخرى ، ولا علاقة للحساب به، فوضعوا الحروف المتشابهة في الرسم متساوقة، لكن بقي الخلاف قائما بين أهل المشرق وأهل المغرب في الترتيب. و رجح البعض أن القرن الثاني أو الثالث الهجري هو الزمن الذي حدث فيه الانفصال بين الترتيب الأبجدي المشرقي والمغربي. ولتركيب الأرقام الأبجدية طريقة تعرض لها الخوارزمي بقوله: " فإذا ركبت منها اثنين أو ثلاثة فإن سبيلك أن تقدم الأكثر وتؤخر الأقل، مثال ذلك: (يب) اثنا عشر ، وكذلك (قكج) مئة وثلاثة وعشرون. الجدول التالى يعطى بعض النماذج حسب طريقة المشارقة :

اللفظة	ما يعادلها	اللفظة	ما يعادلها	اللفظة	ما يعادلها	اللفظة	ما يعادلها	اللفظة	ما يعادلها
يا	11	سو	66	خس	660	بغشمه	2345	مه	45
يط	19	صح	98	غا	1001	جغ	3000	قنه	155
كج	23	قيا	111	غقيا	1111	طغ	9000	– – –	– – –
لج	33	رب	202	بغ	2000	كغ	20000	– – –	– – –
نط	59	شعب	372	بغقيا	2111	غغ	1000000	– – –	– – –

والحروف المركبة لم يكن يلاحظ معناها، وهي في كثير من الأحيان، كما نرى لا معنى لها أصلاً. لكن جماعات من المتأخرين لما استعملوا هذا الترقيم الأبجدي في تاريخهم وغيره جعلوها ذات معنى، إلا أنهم لم يلتزموا حينئذ الترتيب المنازلي . فمن ذلك (وهي نماذج لا خلاف فيها بين المشارقة والمغاربة) أن أحد المؤرخين سجل فتح القسطنطينية وقد كان سنة 857 هـ. بهذه الجملة المفيدة : (بلدة طيبة)، وأرخ آخر هذا الفتح بآخر كلمة ذكرها في هذا البيت:

رام أمرَ الفتح قوم أولون **** حازه بالنصر قوم (آخرون)

وعند التعبير عن أعداد أكبر كانت تضم الحروف في نظام تجميعي ضربي، فمثلاً بغ تعني2000 (2 × 1000)، أما يغ فتعني 10000 (10 × 1000).

بينما كان التجميع العادي يستخدم في الأعداد الأبسط فمثلا 1984 كان يعبر عنها بالرمز د ف ظ غ (ويلاحظ هنا عدم وجود رمز للصفر). وظل حساب الجمل يستخدم لفترة طويلة وكثيرًا ما كان الشعراء يظهرون براعتهم في صياغة بيت من الشعر يعبر عن تاريخ حدث معين فنجد على سبيل المثال:

شاعرًا يرثي زميله بقصيدة يؤرخ فيها العام الذي توفى فيه الشاعر حيث يقول في أحد أبياته:

فقد أرخت مات الشعر بعده **** فقلت لمن أراد الشعر أقصر

وإذا ما حسبنا العدد المقابل للجملة " مات الشعر بعده " بحساب الجمل نجده هو العدد 1123 وهو العام الهجري الذي رحل فيه المرثي .

(2 – 5 – 9) النظام العد العشرى الحالى:

نظام العد عبارة عن مجموعة من الرموز أساس للتجميع وأسلوب لتسجيل الأعداد باستخدام هذه الرموز وأساس التجميع فمثلاً في النظام الحالي الذي نستخدمه في العد والذي يسمى بالنظام العشري نجد أن مجموعة الرموز هي المجموعة المكونة من أسماء الأعداد المعروفة (0 ، 1، 2، 3، 4، 5، 6 ، 7 ، 8، 9).

ومن الواضح أنها عشره رموز مستقلة وإننا نستخدمها في تسجيل أي عدد و أساس التجميع هنا هو العشرة ، أما أسلوب تسجيل الأعداد ، أى كتابتها فيتم باستخدام فكرة الخانات أو القيمة المكانية فلدينا خانات الآحاد والعشرات والمئات والآلاف وهكذا وكل عشرة من أية خانة تساوي واحدة من الخانة التي على يسارها

فمثلا كل عشرة من الآحاد تساوي الواحد من العشرات وكل عشرة من العشرات تساوي واحدة من المئات وهكذا ، لأن النظام أساسه التجميعي هو العشرة ويتضح ذلك من العدد 3 2 4 1 مثلاً حيث نجد أن:

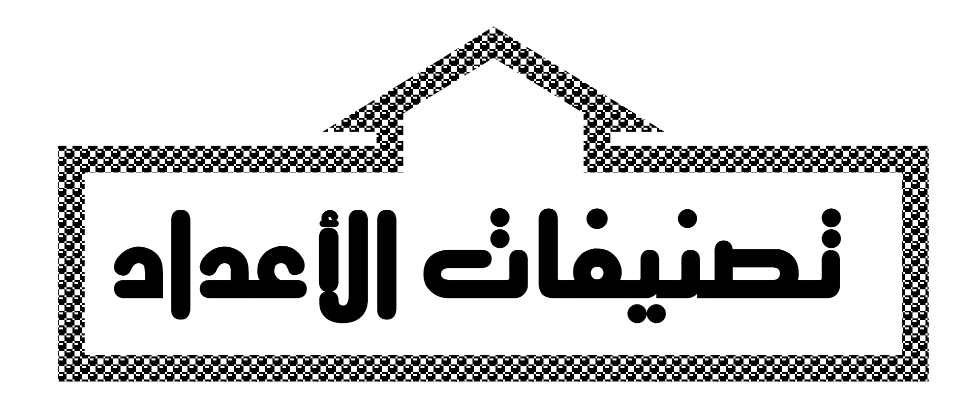
$$1\,4\,2\,3 = 3\,(1) + 2\,(10) + 4\,(100) + 1\,(1000)$$

ونظامنا العشري هذا وصلنا إليه بعد سلسله من التطورات ويعرف باسم النظام العربي أو النظام الهندي. ويسمى هذا النظام بالنظام العشري لأن أساسه العدد 10 . وكلمة العشري مأخوذة من كلمة عشرة، وبالتالي تعد عشرة أساس أو مقياس النظام العشري. ويسجل النظام العشرى الأعداد من خلال مجموعات يتكون كل منها من عشرة. ولنفترض أنك تود إحصاء الهللات أو القروش التي جمعتها. فبدلاً من عدها واحدة واحدة، يمكن عدها باستخدام مجموعات من 10، أي تضعها في حزم تتكون كل منها من 10، ومن ثم يكون ترتيب الحزم في مجموعات بحيث توضع 10 منها في كل مجموعة كما هو موضح في الشكل التالى.



شكل(1 – 1)

الفصل الثالث



تصنيفات الأعداد

(3 – 1) فيثاغورث والأعداد:

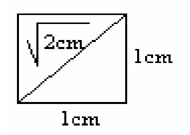
ولد فيثاغورث حوالي 580 ق م في ساموس بالقرب من شاطئ آسيا الصغرى درس على يد طاليس، وعندما بلغ من العمر خمسين عاما ترك ساموس وذهب ليعيش في بلدة اسمها كروتونا في جنوب إيطاليا وهناك كون مدرسة في فلسفة الرياضيات. وإن كان كثير من المعتقدات التي اعتنقها الفيثاغورثيون تبدو لنا أمورا غير معقولة – إلا أن علم الرياضيات مدين دينا كبيرا للعمل الذي قام به أتباع فيثاغورث وقد أعتقد فيثاغورث وأتباعه أن "الأعداد" هي العناصر التي تنشأ عنها جميع الأشياء وأن أي شيء يمكن التعبير عنه بالأعداد. كذلك وضعوا اصطلاحي " الأعداد الفردية والزوجية" واعتبروا الأعداد الفردية مقدسة أما الأعداد الزوجية فغير ذلك. ولقد ربط الفيثاغورثيون الأعداد بالهندسة. فالخط المستقيم يتحدد بنقطتين. كما يتحدد المستوى بثلاث نقط، ويتحدد الفراغ بأربع نقط . ومن هنا إتجه فيثاغورث إلى اعتبار الكون كامنا في هذه الأعداد الأربعة .

وقد كان الفيثاغورثيون يعيدون كل شيء إلى العدد ويعتقدون أنه يمكن بناء هذا العلم من الأعداد 1، 2، 3، 4. ونظريته في الأعداد لم تكن رياضة فحسب – بل كانت دينا وعقيدة وكان الفيثاغورثيون يتمادون في عملية المناظرة بين الأعداد والأشياء في هذا العالم، فالأعداد الفردية مذكرة والأعداد الزوجية مؤنثة ، والعدد واحد ليس عددا بذاته بل هو مصدر كل الأعداد، لذا فهو يرمز للتعقل، والعدد اثنان يرمز للرأي والعدد ثلاثة رمز للقدرة الجنسية والعدد أربعة رمز للعدل والعدد خمسة رمز للزواج (لأنه يتكون من أول عدد مذكر 3 وأول عدد مؤنث 2).

وكان الفيثاغورثيون يعتقدون أن أسرار الألوان تعرف من صفات العدد خمسة، والبرودة من صفات العدد ستة، وسر الصحة في العدد سبعة، وسر الحب في العدد 8 (وهو حاصل جمع العدد ثلاثة الذي يرمز للقدرة الجنسية والعدد 5 الذي

يرمز للزواج) وعندهم أن من الأعداد ما هو كريم وما هو كئيب فالأعداد التامة كريمة لأنها نادرة الوجود، أما الأعداد الرديئة فهي كثيرة جدا. كما أن الأعداد عند الفيثاغورثيون أخلاقا أيضا، سئل فيثاغورث يوما عن تعريفه للصديق فقال: صديقك من كان صورة منك مثل العددين 220، 284وهما عددان متحابان (انظر تعريف الأعداد المتحابة).

وقد أعتقد الفيثاغورثيون أن كل شيء في الكون مرتبط بشكل ما بعدد يشترك مع الأعداد الأخرى في بعض النواحي – فاعتقد مثلا أن أي طولين لابد أن يشتركا في طول محدد، فإذا قسمت (ثلاثة ونصف) بوصات إلى سبعة أقسام متساوية، 5 إلى عشرة أقسام متساوية فإن الأقسام السبعة والأقسام العشرة تكون متساوية أي 3/5 ، 5 لهما مقياس مشترك هو 1/2 (نصف) وأخذوه أمرا مسلما به – أي أن أطوال (أو الأعداد التي تدل على هذه الأطوال) يمكن التعبير عنها بنفس الوحدات إذا أجريت عمليات التقسيم المناسبة – إلا أن مشكلة عويصة واجهت الفيثاغورثيون وأعجزتهم وهدمت معتقداتهم عن الأعداد – تلك هي مشكلة عدم وجود مقياس مشترك بين طول ضلع المربع وطول قطره.



فإذا كان المربع طول ضلعه 1 سم فإن طول قطره عددا إذا ضرب في نفسه كان الناتج 2. إلا أنه يستحيل وجود هذا العدد حيث أنه عدد غير منته ولن نستطيع إيجاد مقياس مشترك يربط بين طول ضلع مربع وطول قطره – وقد كان هذا صدمة للفيثاغورثيون – فقد كانوا يعتقدون أن من الممكن أن نحدد كم مرة يحتوي قياسا على قياس آخر. ولقد اهتز الفيثاغورثيون لفشل اعتقادهم أن جميع الأعداد بينها مقياس مشترك لدرجة أنه قيل أنهم هددوا بالموت أي عضو منهم يفشي هذا السر المقلق فمضت 150 سنة على وفاة فيثاغورث قبل أن يجد الرياضي

الإغريقي أودوكصص (Eudoxus) طريقة هندسية لحل المسائل التي تنطوي على أعداد غير نسبية.

بعض مآثر المدرسة الفيثاغورثية:

1. وضع فيثاغورث وأتباعه اصطلاحي الأعداد الفردية والزوجية .
2. إطلاق اصطلاح "نظرية" على منطوق الحقيقة وبرهانها.
3. أول من أطلق على الأعداد 1،4،9،16،25،.....أعدادا مربعة كما سموا أعدادا مثل (1،3،6،10) أعدادا مثلثة.
4. اقتبس أبولونيوس أسماء وضعها الفيثاغورثيون تصف أشكالا معينة وأطلقها على القطاعات المخروطية (المكافئ – الناقص – الزائد) وسيأتي بيان ذلك تفصيلا عند الكلام على علم الهندسة.
5. نظرية فيثاغورث عن المثلث القائم الزاوية.
6. أبحاثهم في نظرية الأعداد (الأولية – المثلثية – التامة – ...إلخ).
7. أبحاثهم في جمع المتواليات المختلفة.
8. أسس الفيثاغورثيون طريقة البرهان الرياضي بالاستنباط ابتداء من مسلمات معينة.

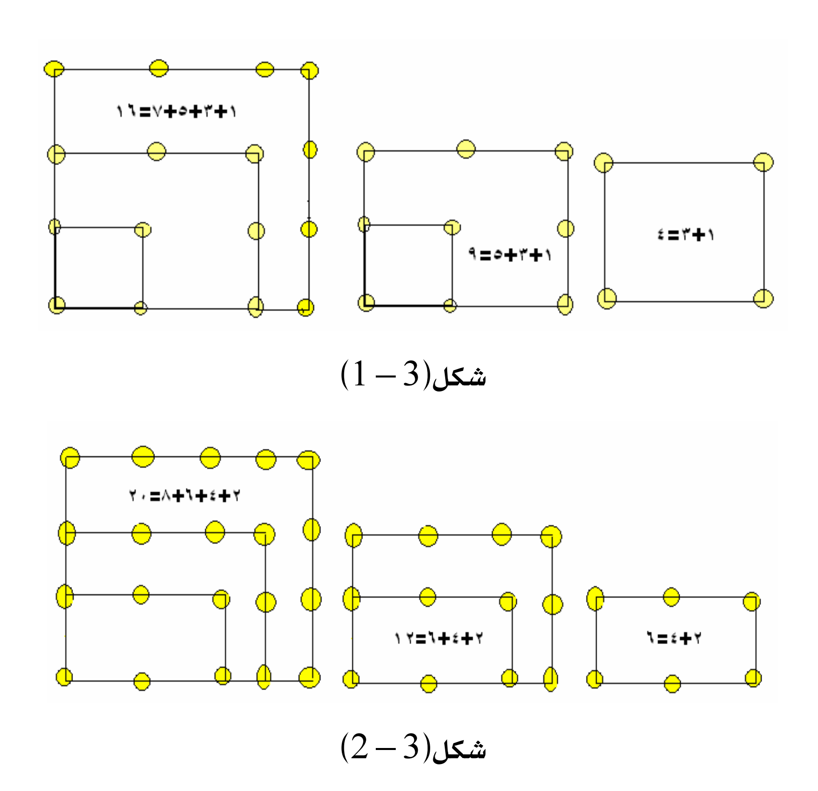
تلك هي أكثر الجوانب الإيتجابية التي أثرت بها المدرسة الفيثاغورثية الرياضيات حتى وقتنا الحاضر بعيداً عن الخرافات عن الأعداد التي تحطمت على صخرة الأعداد غير النسبية.

(3 – 2) الأعداد الفردية والأعداد الزوجية:

لقد عرف الفيثاغورثيون الأعداد الفردية والزوجية واعتبروا الأعداد الفردية مقدسة أما الأعداد الزوجية فغير ذلك.

كما أن علم الأريثما القديمة فرق بين الأعداد الفردية والأعداد الزوجية ، ومن بين الألعاب القديمة الشهيرة فى عصر أفلاطون (430 – 349 ق.م.) كان يخفى الشخص فى إحدى يديه بعض قطع العملة المستخدمة فى ذلك الوقت ثم يسال عما إذا كان ما بيده عددا فرديا أو زوجيا من العملات.

وتتميز الأعداد الفردية بأنها تعطى مربعات عند جمعها أما الأعداد الزوجية فتعطى مستطيلات عند جمعها (شكل 3 – 1 ، شكل 3 – 2).



شكل(3 – 1)

شكل(3 – 2)

(3 – 3) الأعداد الهندسية:

مثل الفيثاغورثيون الأعداد بنقاط تأخذ أشكالاً هندسية منتظمة تعتمد على العدد نفسه ، ثم بعد ذلك يقومون بدراسة خواص هذه الأعداد. ومن هذه

الأعداد ما يسمى بالأعداد المضلعة التى يمكن تمثيلها بمضلع مغلق (مثلث أو مربع أو مخمس أو مسدس أو ...).

(3 – 3 – 1) الأعداد المثلثة:

وهي الأعداد التى يمكن تمثيلها بمثلث متساوى الأضلاع. والعدد المثلثى هو العدد الناتج من جمع مجموعة من الأعداد المتتالية بدءاً بالواحد الصحيح. فالأعداد التالية أمثلة لأعداد مثلثة:

1 = 1 عدد مثلثى.

1+2 =3 عدد مثلثى.

1+2+3 = 6 عدد مثلثى.

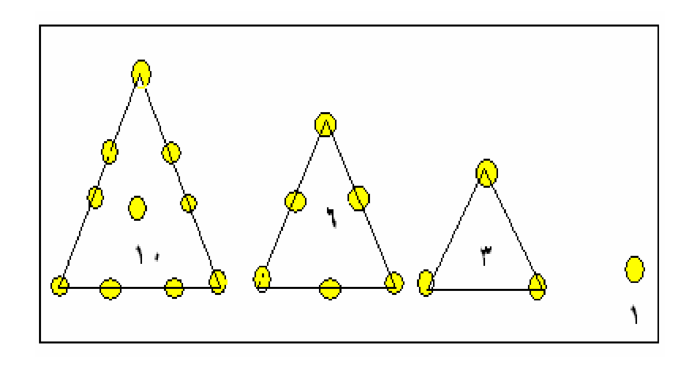
1+2+3+4 = 10 عدد مثلثى.

1+2+3+4+5 = 15 عدد مثلثى.

1+2+3+4+5+6 = 21 عدد مثلثى.

1+2+3+4+5+6+7 = 28 عدد مثلثى... وهكذا.

والشكل التالي يمثل بعض هذه الأعداد المثلثة:



شكل(3 – 3)

(3 – 3 – 2) الأعداد المربعة:

وهى الأعداد التى يمكن تمثيلها بمربع، حيث يوجد عدد نضربه فى نفسه فيعطى العدد المربع. والعدد المربع هو العدد الناتج من مجموع متتابعة من الأعداد الفردية بدءاً بالواحد الصحيح. فالأعداد التالية أمثلة لأعداد مربعة:

$1 = (1)^2$ عدد مربع.

$1+3=4 = (2)^2$ عدد مربع.

$1+3+5 =9= (3)^2$ عدد مربع.

$1+3+5+7 =16= (4)^2$ عدد مربع.

$1+3+5+7+9 =25= (5)^2$ عدد مربع.

$1+3+5+7+9+11 =36= (6)^2$ عدد مربع...وهكذا.

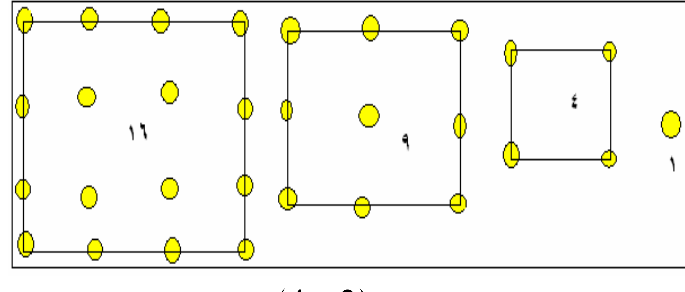
وكما هو ملاحظ فإن أى عدد مربع هو عبارة عن مجموع عددين مثلثين متتابعين: مثلاً:

$1+3=4$

$1+3+5 =9$

$1+3+5+7+9+11 =36$...وهكذا.

والشكل التالى يمثل بعض الأعداد المربعة:



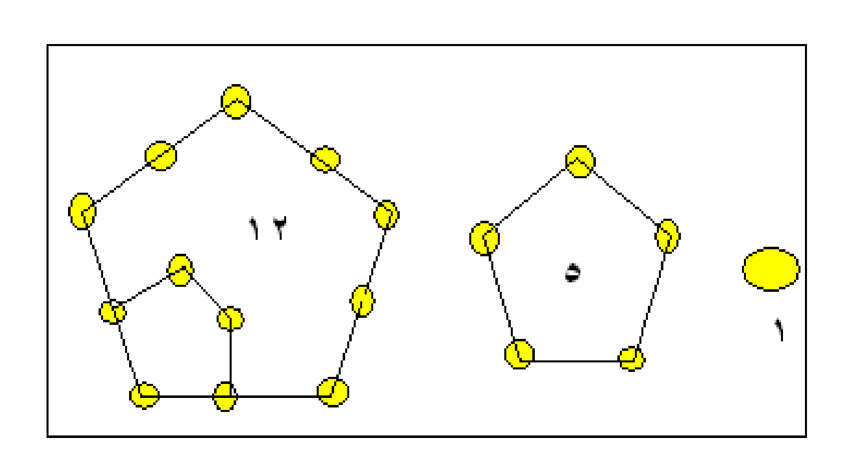
شكل(3 – 4)

(3 – 3 – 3) الأعداد المخمسة:

وهى الأعداد التى يمكن تمثيلها بشكل خماسى منتظم . والعدد المخمس هو ينتج من مجموع عددين احدهما مثلث والآخر مربع. فالأعداد التالية أمثلة لأعداد مخمسة:

5=4+1　　حيث العدد 1 مثلث ، العدد 4 مربع.
12=9+3　　حيث العدد 3 مثلث ، العدد 9 مربع.
22=16+6　　حيث العدد 6 مثلث ، العدد 16 مربع.
46=36+10　　حيث العدد 10 مثلث ، العدد 36 مربع... وهكذا.

والشكل التالى يمثل بعض هذه الأعداد المخمسة:



شكل(3 – 5)

وهناك المزيد الأعداد المضلعة . وقد قام العالم نيكوماخوس بوضع جدول بين فيه الأعداد المضلعة. والجدول التالى يبين جزء من هذه الأعداد:

أعداد مسدسة	1	6	15	28	45	66
أعداد مسبعة	1	7	18	34	55	81
أعداد مثمنة	1	8	21	40	65	96

كما يلاحظ من هذا الجدول أن:

- ✓ العدد المثمن 8 هو عبارة عن مجموع العدد المثلث 1 والعدد المسبع 7.
- ✓ العدد المثمن 21 هو عبارة عن مجموع العدد المثلث 3 والعدد المسبع 21.

(3 – 4)الأعداد الأولية *Primes Numbers* :

لقد كانت الأعداد هي أول ما ظهر من علوم الرياضيات لكونها أقرب هذه العلوم إلى واقع الإنسان ، و تمتلك بعض الأعداد خصائص سحرية و غريبة جعلتها تجذب بال العلماء و الرياضيين و منها الأعداد الأولية .

وتمتلك الأعداد الأولية خصائص فريدة من نوعها من كونها غير منتظمة و بالتالي عدم إمكانية التخمين بها ، و لكونها أصل جميع الأعداد حسب النظرية الأساسية في الحساب ، بل إن لها تأثير أكبر من ذلك حيث وسعت خيال الرياضيين للإبحار فيما عرف بالأعداد الأولية الكبيرة و التي يقف العقل أمامها مذهولاً من ضخامة هذه الأعداد و كيف توصل إليها العقل بنوعيه البشري و الآلي ، فيكفي أن نقول أن أكبر عدد أولي تم اكتشافه مؤخرا يحتاج لكتابته بخط صغير إلى ورقة طولها يقارب خمسة كيلومترات.

ولقد أثبت العلماء الإغريق القدامى في حوالي 300 ق.م أن هناك عدد لا نهائي من الأعداد الأولية ، فقد أثبت إقليدس ذلك كما في الكتاب الرابع من العناصر و يعد إثباته هذا من الإثباتات الأولى التي استخدمت البرهنة بالتناقض لإثبات نتيجة ما ، كما أثبت العلماء الإغريق أيضا أن الأعداد الأولية تتوزع بطريقة غير منتظمة (فمن الممكن أن تجد فراغات مطلقة كبيرة بين أي عددين

أوليين متتاليين و من الممكن لا تجد). و قدم إقليدس أيضا برهان على النظرية الأساسية في الحساب التي تنص على أن أي عدد صحيح يمكن كتابته كحاصل ضرب أعداد أولية.

ثم بعد ذلك كان هناك فراغ كبير في تاريخ الأعداد الأولية فيما يسمى بالعصور المظلمة ، و لكن التطور الهام التالي تم بواسطة فيرمات مع بداية القرن السابع عشر حيث أثبت ظنية ألبرت جيرالد التي تقول : أن كل عدد أولي يمكن كتابته بطريقة واحدة كحاصل جمع مربعين ، و كان بالإمكان إثبات إمكانية كتابة أي عدد كحاصل جمع أربع مربعات ، كما اكتشف طريقة جديدة لتحليل الأعداد الكبيرة و التي أثبتها بتحليل العدد:

$$46161 \times 44041 = 2027651281$$

ولقد أثبت فيرمات أن كل عدد بالصورة $((2)^{2^{ن}}+1)$ حيث ن عدد صحيح يكون عدداً أولياً. و تعتبر مبرهنة فيرمات الصغيرة هذه هي الأساس لكثير من النتائج في نظرية الأعداد ، و كذلك هي الأساس لعدة طرق لمعرفة الأعداد الأولية و التي ما زالت تستخدم حتى الآن في الحواسيب الإلكترونية .

و قد وافق فيرمات في ما توصل إليه مع رياضيي عصره ، و بالخصوص مع مونك مارين ميرسين (Mersenne) ففي أحد رسائله إلى ميرسين تحدث فيرمات عن حدسه في أن العدد $2^n - 1$ يكون أوليا دائما عندما يكون n من قوى العدد 2 ، مثل (2 ، 4، 8 ، 16،...) و قد تحقق من ذلك بالنسبة للأعداد: (n = 2 , 4 , 8 , 16) ، و أوضح بأنه إذا كانت n ليس من قوى 2 فالنتيجة خاطئة .

و الأعداد من هذه الصورة سميت بأعداد فيرمات ، و قد كان فيرمات مخطئا في حدسه هذا و لم يتم إثبات ذلك إلا بعد أكثر من 100 سنة و ذلك عندما أثبت أويلر أن العدد:

$2^{32}-1= 4294967297$ يقبل القسمة على 641 و بالتالي فهو ليس عدداً أولياً. أما بالنسبة للأعداد من الصورة 2^n-1 2^n-1 فقد استدعت انتباه الرياضيين لسهولة إثبات أنه إذا لم يكن n عددا أوليا ، فيجب أن يكون العدد 2^n-1 مركبا ، و قد سميت هذه الأعداد بأعداد ميرسين لأنه اهتم بها كثيرا و قام بدراستها ، و في الحقيقة أن الأعداد من الصورة 2^n-1 عندما يكون n أوليا ليست دائما تكون أعدادا أولية ، فعلى سبيل المثال العدد : ($2^{11}-1$ = 2047 = 23×89 عددا مركباً) .

وأويلر أول من أدرك إمكانية دراسة نظرية الأعداد باستخدام أدوات التحليل و الذي أدى إلى اكتشاف مادة التحليل العددي ، و قد استطاع أويلر إثبات أنه ليست المتسلسلة التوافقية $\sum 1/n$ (Harmonic Series) فقط متباعدة (divergent) بل أن المتسلسلة:

$1/2+1/3+1/5+1/7+1/11+...$ المكونة من مجموع مقلوب الأعداد الأولية أيضا متباعدة (divergent) ، و مجموع الحدود n في المتسلسلة التوافقية يبلغ تقريبا log(n) ، بينما المتسلسلة السابقة تتباعد بشكل بطيء إلى log(log(n)) ، و هذا يعني أن مجموع مقلوبات (reciprocals) كل الأعداد الأولية التي تم اكتشافها حتى بالحواسيب الفائقة يساوي تقريبا 4 فقط ، لكن مع ذلك المتسلسلة تبقى تتباعد إلى ∞ .

أما بالنسبة لانتشار الأعداد الأولية و كثافتها فمن النظرة الأولى يبدو أن الأعداد الأولية تنتشر بطريقة عشوائية بعض الشيء بين الأعداد الصحيحة ، فعلى سبيل المثال في 100 عدد السابقة لـ 10000000 يوجد 9 أعداد أولية ، بينما في 100 عدد التالية يوجد عددان أوليان فقط . ومهما يكن في الأعداد الأولية الكبيرة فإن الطريقة التي تنتشر فيها الأعداد الأولية هي منتظمة جدا ، فقد قام ليجاندر

(Legendre) وجاوس (Gauss) بإجراء حسابات موسعة في كثافة الأعداد الأولية . ولقد أخبر جاوس صديقه أنه لو حصل على 15 دقيقة و هو غير مشغول فسوف يقضيها في حساب الأعداد الأولية الأطفالية (أول 1000 عدد أولي) ، و يذكر جاوس أنه حتى نهاية حياته قد حسب ثلاثة ملايين عدد أولي . ووصل كل من ليجاندر و جاوس إلى استنتاج و هو أنه لأي عدد n كبير ، فإن كثافة الأعداد الأولية القريبة من هذا العدد تساوي تقريبا 1/log(n) ، وأعطى ليجاندر تقديرا لـ p(n) (عدد الأعداد الأولية الأقل من n) حيث وجد : p(n)=n/(log(n) – 1.08366 .

أما بالنسبة لكيفية معرفة و اكتشاف الأعداد الأولية فتوجد طرق كثيرة أقدمها و أسهلها هو ما يعرف بغربال إراتوستين (Sieve of Eratosthenes) و طريقة القسمة العادية (division trial) ، حيث ما زالتا هاتان الطريقتان هما الأسهل لإيجاد الأعداد الأولية الصغيرة جدا (الأقل من 1000000). أما بالنسبة لإيجاد الأعداد الأولية الكبيرة فهناك طرق خاصة تستخدم ، و هذه الطرق هي حالات خاصة من نظرية لاجرانج من نظرية المجموعات. و نشير هنا إلى مفهوم وضع في 1984 بواسطة صمويل بيت و هو: Titanic Primes، أي الأعداد الأولية الهائلة ، و عرفها بأنها الأعداد المكونة من 1000 رقم على الأقل ، و كان عدد هذه الأرقام يومها 110 أرقام ، أما الآن (أي بعد 17 سنة فقط) فإن عددها يفوق ذلك العدد بأكثر من 1000 مرة ! و مع استمرار تقدم الحواسيب الإلكترونية التي تعطي فرص أكبر للبحث عن أعداد أولية أكبر فإن هذا العدد يتزايد باستمرار ، و نتوقع بعد مدة قصيرة رؤية أول عدد أولي ذو 10 ملايين رقم .

الواحد ليس عدداً أولياً:

فمن تعريف العدد الأولي أنه العدد الأكبر من الواحد ، والذى ليس له قواسم إلا الواحد و العدد نفسه ، فالواحد لا يدخل في تعريف العدد الأولي

وبالتالي هو ليس عدداً أوليا. كما أن الواحد هو القاسم المشترك الأوحد لجميع الأعداد، فهو عدد الوحدة الذي تكون جميع الأعداد الأخرى من مضاعفاته.

(3 – 4 – 1) أعداد توين الأولية *Twin Primes* :

أعداد توين الأولية هي الأعداد الأولية من الصورة p و p+2 (يعني أن الفرق بينهما 2) ، و هي أعداد لا نهائية و إن كان ذلك لم يتم إثباته للآن، ونظراً لأن اكتشاف هذه الأعداد يستوجب اكتشاف عددين أوليين متتالين ، فإننا نجد أن أكبر عددين توين أصغر بكثير من أكبر عدد أولي. فمن أعداد توين: (3 ، 5)، (5 ، 7) ، (11 ، 13) ، (17 ، 19) . و هذه قائمة بأكبر أعداد توين المعروفة للآن:

سنة الإكتشاف	عدد أرقامه	العدد
2001	32220	$318032361 \cdot 2^{107001} \pm 1$
2001	29603	$1807318575 \cdot 2^{98305} \pm 1$
2000	24099	$665551035 \cdot 2^{80025} \pm 1$
2001	20011	$781134345 \cdot 2^{66445} \pm 1$
2000	20008	$1693965 \cdot 2^{66443} \pm 1$
2000	19562	$83475759 \cdot 2^{64955} \pm 1$
2001	18098	$291889803 \cdot 2^{60090} \pm 1$
2000	18075	$4648619711505 \cdot 2^{60000} \pm 1$

والجدول التالى يوضح أكبر الأعداد الأولية المسجلة قبل ظهور الحاسب الآلي:

الطريقة المستخدمة	المكتشف	سنةالإكتشاف	أرقامه	العدد
القسمة العادية	Cataldi	1588	6	$2^{17} - 1$
القسمة العادية	Cataldi	1588	6	$2^{19} - 1$
القسمة العادية	Euler	1772	10	$2^{31} - 1$
القسمة العادية	Landry	1867	13	$2^{59} - 1/179951$
متتالية لوكاس	Lucas	1876	39	$2^{127} - 1$
مبرهنة بروث	Ferrier	1951	44	$2^{148} - 1/17$

كما أن الجدول التالى يوضح أكبر الأعداد الأولية المسجلة بعد ظهور الحاسب الآلي:

سنة الإكتشاف	أرقامه	العدد
1951	79	$180(M_{127})^2+1$
1952	157	M_{521}
1952	183	M_{607}
1952	386	M_{1279}
1952	664	M_{2203}
1952	687	M_{2281}
1957	969	M_{3217}
1961	1332	M_{4423}
1963	2917	M_{9689}
1963	2993	M_{9941}
1963	3376	M_{11213}
1971	6002	M_{19937}
1978	6533	M_{21701}
1979	6987	M_{23209}
1979	13395	M_{44497}
1982	25962	M_{86243}
1983	39751	M_{132049}
1985	65050	M_{216091}
1989	65087	$391581*2^{216193}-1$
1992	227832	M_{756839}
1994	258716	M_{859433}
1996	378632	$M_{1257787}$
1996	420921	$M_{1398269}$
1997	895932	$M_{2976221}$
1998	909526	$M_{3021377}$
1999	2098960	$M_{6972593}$

(3 – 4 – 2) غربال إيراتوستين :

كلمة غربال تعني طريقة للتصفية أو التنقية ، و تنسب هذه الطريقة للعالم الإغريقي إيراتوستين حيث اكتشفها ، و هي أسهل الطرق المستخدمة في

الكشف عن الأعداد الأولية و يستطيع الطالب في المرحلة الابتدائية العليا أو الإعدادية استخدامها ، و تزيد صعوبتها كلما كبرت الأعداد حتى تصبح غير فعالة مع الأعداد الكبيرة ، لذا تكون فعالة في الأعداد الصغيرة جدا (الأقل من 1000000). و تبين هذه الطريقة أنه لإيجاد جميع الأعداد الأولية الأصغر من n اكتب في قائمة جميع هذه الأعداد الأصغر من n ثم استبعد جميع مضاعفات الأعداد الأولية بحيث تبدأ من مضاعفات 2 ثم 3 ثم 5 ثم 7 و هكذا فالأعداد المتبقية هي الأعداد الأولية و الجدول التالي يوضح مثال لغربال إيراتوستين المستخدم في الأعداد الأقل من 100 :

~~10~~	~~9~~	~~8~~	**7**	~~6~~	**5**	~~4~~	**3**	**2**	~~1~~
~~20~~	**19**	~~18~~	**17**	~~16~~	~~15~~	~~14~~	**13**	~~12~~	**11**
~~30~~	**29**	~~28~~	~~27~~	~~26~~	~~25~~	~~24~~	**23**	~~22~~	~~21~~
~~40~~	~~39~~	~~38~~	**37**	~~36~~	~~35~~	~~34~~	~~33~~	~~32~~	**31**
~~50~~	~~49~~	~~48~~	**47**	~~46~~	~~45~~	~~44~~	**43**	~~42~~	**41**
~~60~~	**59**	~~58~~	~~57~~	~~56~~	~~55~~	~~54~~	**53**	~~52~~	~~51~~
~~70~~	~~69~~	~~68~~	**67**	~~66~~	~~65~~	~~64~~	~~63~~	~~62~~	**61**
~~80~~	**79**	~~78~~	~~77~~	~~76~~	~~75~~	~~74~~	**73**	~~72~~	**71**
~~90~~	**89**	~~88~~	~~87~~	~~86~~	~~85~~	~~84~~	**83**	~~82~~	~~81~~
~~100~~	~~99~~	~~98~~	**97**	~~96~~	~~95~~	~~94~~	~~93~~	~~92~~	~~91~~

و كيفية العمل في الجدول السابق هو بأن نبدأ بأول عدد و هو الواحد و يتم استبعاده مباشرة ، العدد الذي يليله هو 2 فيكون أول عدد أولي ثم نستبعد جميع مضاعفاته الموجودة بالجدول ، العدد التالي هو 3 فنختاره حيث أنه العدد الذي لم يحذف فيكون أول عدد أولي فردي ثم نحذف جميع مضاعفاته الغير محذوفة ، و نستمر بالمسير فنجد أن 4 محذوف أي إنه غير أولي ، و لكن الذي يليه و هو 5 غير محذوف فيكون العدد الأولي الثالث ثم نحذف جميع مضاعفاته الغير محذوفة ، و نستمر بهذه الطريقة بالنسبة للعدد 7 و 11 و هكذا حتى نكون قد

استبعدنا جميع المضاعفات ليتبقى لدينا الأعداد الأولية الأقل من 100 ، و هي الأعداد الزرقاء(المظلله) في الجدول .

(3 – 5) الأعداد التامة *Perfect Numbers*:

يسمى العدد الصحيح الموجب n عددا تاما إذا كان هذا العدد مساويا لمجموع قواسمه التامة الموجبة بدون العدد نفسه.

والقواسم التامة للعدد 6 هي: 1، 2، 3 (دون العدد نفسه).

والقواسم التامة للعدد 8 هى: 1، 2، 4 (دون العدد نفسه).

لذلك فالعدد 6 هو أول عدد تام حيث أن : $6 = 1 + 2 + 3$

والعدد 28 هو عدد تام لأن قواسمه التامة هى: 1، 4،2 ، 7 ، 14

فيكون: $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$

كما نلاحظ أن الأعداد التامة المذكورة كلها تنتهي إما بالعدد 6 أو العدد 8 ، و هذا يمكن إثباته بسهولة ، و لكنها لا تنتهي بالكيفية المتغيرة (8،6،8،6،...) ، و لو كتبنا الأعداد التامة السابقة بالنظام الثنائي فسنجد أنها كالتالي :

$$6 = 110$$
$$28 = 11100$$

وكذلك الأعداد: 496 ، 8128

$$496 = 111110000$$
$$8128 = 1111111000000$$

ملحوظة: من غير المعروف حتى الآن إذا كان هناك عدد تام فردي أم لا ، و لكن إذا كان موجودا فحتما أنه سيكون كبيرا جدا ، و الحقيقة أن هذه المسألة هي أقدم مسألة غير محلولة حتى الآن في الرياضيات.

(3 – 6) الأعداد الناقصة *Imperfect Numbers*:

وهى الأعداد التى تكون مجموع قواسمها التامة أقل من العدد نفسه. فمثلاً الأعداد 8، 10، 14 أعداد ناقصة لأن:

$7=4+2+1<8$ ،

$8=5+2+1<10$ ،

$10=7+2+1<14$

(3 – 7) الأعداد الزائدة *Extra Numbers*:

وهـي الأعـداد التـى تكـون مجمـوع قواسمهـا التامـة أكـبر مـن العـدد نفسـه. فمثلاً الأعداد 12، 20، 48 أعداد زائدة لأن:

$16=6+4+3+2+1>12$ ،

$22=10+5+4+2+1>20$ ،

$60=24+12+8+6+4+3+2+1>48$

(3 – 8) الأعداد المتحابة *Amicable Numbers*:

تطلـق هـذه الـصفة علـى كـل زوج مـن الأعـداد الـصحيحة يكـون مجمـوع العوامل الفعلية المختلفة لأحدهما مساو للعدد الآخر، مثلا، العددان 220 و284 عددان متحابان لأن:

عوامـل 284 هـي 1 ، 2 ، 4 ، 71 ، 142 ، وهـذه تجمـع إلى 220 ، كمـا أن عوامـل العـدد 220 هـي: 1 ، 2 ، 4 ، 5 ، 10 ، 11 ، 20 ، 22 ، 44 ، 55 ، 110 وهـذه مجموعها 284 .

وقد وضع ثابت بن قرة (انظر الفصل السادس) قاعدة لإيجاد الأعداد المتحابة وهي: بفرض أن:

أ= $3 \text{ x } (2)^{ن} - 1$،

ب= $3 \text{ x } (2)^{ن-1} - 1$،

جـ = $9 \text{ x } (2)^{2ن-1} - 1$، حيث ن عدد صحيح.

فإذا كانت الأعداد (أ، ب، جـ) أعداد أولية ، فإن العددين ل ، م يقال لهما عددان متحابين إذا كان: ل= $(2)^{ن}$ x أ x ب ، م= $(2)^{ن}$ x جـ فمثلاً بوضع ن=2 فيكون:

أ= $3 \text{ x } (2)^{2} - 1 = 11$ ،

ب= $3 \text{ x } (2)^{2-1} - 1 = 5$

جـ = $9 \text{ x } (2)^{4-1} - 1 = 71$

ويكون:

ل= $(2)^{2} \text{ x } 11 \text{ x } 5 = 220$،

م= $(2)^{2} \text{ x } 71 = 284$ وهما عددان متحابان.

(3 – 9) ظهور الصفر:

ابتكر المسلمون مفهوم الصفر الذي سهل العمليات الحسابية تسهيلاً لا حدود له ، وعرفوه بأنه المكان الخالي من أي شيء .. ولكن هذا المفهوم يعني في الحقيقة الشيء الكثير فمثلاً الفرق بين الأربعة والأربعين هو الصفر . ويعتبر الرياضيون الصفر أعظم اختراع وصلت إليه البشرية ، وفعلاً فإنه يستحيل دون الصفر وجود الكمية الموجبة والكمية السالبة مثلاً في علم الكهرباء ، والموجب

والسالب في علم الجبر ، والذي يؤكد أن المسلمين هم الذين ابتدعوا الصفر هو استعمالهم له في أول مرة في عام 873 ميلادية ، على حين لم يستعمله الهنود سوى في عام 879م . ويصعب جدا دون الصفر الوصول إلى نظريات الأعداد التي تستعمل ويعتمد عليها بكثرة في الرياضة المعاصرة مثل استخدام العمليات الحسابية بواسطة الخط المستقيم . والجدير بالذكر أن أوروبا ظلت تتردد طيلة 250 سنة قبل أن تقبل مفهوم الصفر رغم فوائده الجمة ، واستمرت إلى القرن الثاني عشر في استعمالها الأعداد الرومانية البالية ، وحاولت وبكل جهد أن تبتعد عن استخدام الأرقام العربية بصفرها حتى فرضت هذه بنفسها لتفوقها الكبير على كل الأرقام الأخرى ، فما وسع أوروبا إلا أن تستوردها أخيرًا من المسلمين عبر البلدان الأوروبية الإسلامية ، مثل الأندلس وصقلية .

أطلق الهنود على الصفر اسم (صونيا) ، يعنون بهذا مكانًا أبيض فارغًا والإيطاليون أسمو الصفر (زينورو) ، وكذلك الفرنسيون أسموه (تريبارتي) وتوجد له أسماء عديدة في مختلف اللغات ، ولكن كلها تعني المعنى الذي أعطي للصفر باللغة العربية بوساطة علماء المسلمين . وأخيرًا سيطر اللفظ العربي نفسه على الألفاظ الأخرى في جميع لغات العالم .

وقبل اختراع الصفر كان العرب يستعملون اللوحة لكي يحفظوا للأرقام خاناتها الحقيقية، وهذه اللوحة يمكن توضيحها بالشكل التالي :

	2		3
4		2	
	1		

شكل(3 – 6)

فمثلاً 203 تكتب كما هي في السطر الأول من الرسم ، و 4020 تكتب كما هي في السطر الثاني ، و100 كما هي في السطر الأخير . وطبعًا كانت هذه الطريقة متبعة وتأخذ وقتًا طويلاً ، ولهذا اندثرت بعد اختراع الصفر .

عندما اكتشف المسلمون الصفر عبروا عنه بدائرة ومركزها نقطة . ففي المشرق (ونعني بذلك مصر وما في شرقها من بلاد المسلمين) احتفظ المسلمون بالنقطة (مركز الدائرة) واستعملوها مع أعدادهم ، فكانت:

(1 و2 و 3 و 4 و5 و6 و7 و 8 و 9 و0)0 أما في المغرب وهي البلاد الإسلامية غرب مصر بما فيها الأندلس. فقد احتفظوا بالدائرة دون مركزها ، فكانت أعدادهم كالآتي 9,8,7,6,5,4,3,2,1,0 . ولقد كتب الأستاذ توفيق الطويل في كتابه "العرب والأعداد" (الدائرة ومركزها تعتبر من اختراع المسلمين ، وهم الذين طوروه إلى الدرجة التي أصبح العالم الآن لا يمكنه الاستغناء عن الصفر) .

كما أن للصفر مميزات عديدة ، ومن أهمها اكتشاف الكسر العشري الذي له الفضل الجليل في اختراع الحاسبات الإلكترونية (computer).

(3 – 10) أعداد أخرى:

1- العدد التخيلي *Imaginary Number*

ظهر نتيجة البحث عن حلول للمعادلة $س^2 + 1$=صفر. حيث لا يوجد جذر للأعداد السالبة، وفي الرياضيات القديمة اُعتقد أن هذه المعادلة ليس لها حلاً، حتى عام 1777 م حين قام العالم السويسري ليونارد إيلر بتعريف الرمز الحديث ت وقيمته $\sqrt{-١}$ ويسمى العدد التخيلي، وهو يظهر كثيراً في الجبر (جبر المتجهات)، ويدل على أن المقياس (الإحداثي) الذي يمثله يتعامد على المركبة الأفقية (أي يصنع معها زاوية مقدارها 90°).

2- العدد الذري *Atomic Number*

عدد البروتونات الموجودة في نواة الذرة، وهو العدد الذي يمثل العنصر في الجدول الدوري للعناصر، فمثلاً العدد الذري للأكسجين 8، وهذا يعني أن ذرة الأكسجين تحتوي على ثمانية بروتونات في نواتها .

3- العدد الكتلي *Mass Number*

هو مجموع عدد البروتونات والنيوترونات الموجودة في نواة الذرة، ويمكن وجود عدد كتلي أو أكثر حسب نظير العنصر (نظير العنصر: يوجد العدد نفسه من البروتونات ولكن يختلف عدد النيوترونات وبالتالي يختلف المجموع وهو العدد الكتلي).

4- العدد الماخي *Mach Number*

النسبة بين سرعة أية طائرة أو قذيفة وبين سرعة الصوت .ومن ثم فإن العدد الماخي 2 يعني ضعف سرعة الصوت، والعدد الماخي 0.75 يعني ثلاثة أرباع سرعة الصوت. ويختلف العدد الماخي لأية سرعة محددة باختلاف الارتفاع والفصل من السنة، وموقع الطيران .

5- العدد المركب *Complex Number*

عدد يتكون من جزء حقيقي وآخر تخيلي .وعلى سبيل المثال فالعدد أ + ب ت ، ت= $\sqrt{-1}$ ، يمثل عدد مركباً. وتستخدم مثل هذه الأعداد لتحليل البعض الآخر منها، فضلاً عن استخدامها في نظرية التيارات الكهربائية المترددة .

6 – الأعداد الصماء *Irrational Numbers*:

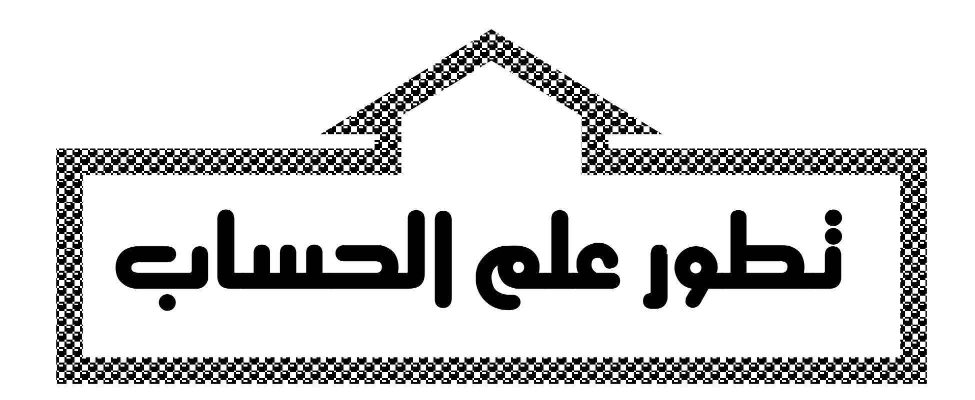
و هـي أعـداد غـير نـسبية تنـتج مـن بعـض الجـذور الـتي لا يمكـن إيجادهـا بالضبط، وعكسها أعداد ناطقة.

مثـل : جـذر(9) = 3 هـذا يعـني أن جـذر(9) عـدد نـاطق. جـذر (2) عـدد غـير نسبي فلا يمكن إيجاده بالضبط ولكن يمكن تقريبه لذلك يسمى عدد أصم.

7 – الأعداد السالبة *Negative Numbers*:

وهـى الأعـداد الأقـل مـن الـصفر ، وقـد وضـع الهنـود رمـوزاً لتلـك الأعـداد . فوضعوا نقطة أو دائرة فوق أو بجانب العدد للتعبير على انه عدد سالب ، ثـم تطـورت الطرق للتعبير عن العدد السالب إلى الصورة الحالية ، وهـى وضـع إشـارة سـالب أمـا تلك الأعداد مثل: -1 ، -2، -3،...إلخ.

الفصل الرابع



تطور علم الحساب

تطور علم الحساب

(4 – 1) مقدمة

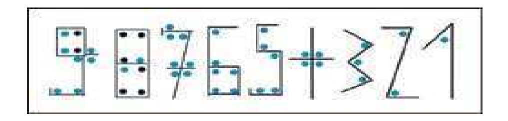
علم الحساب هو العلم الذى يجيب عن أسئلة عديدة مثل كم عدد ؟ ما مقدار ؟ كم بعد ؟ كما يساعدنا على إيجاد طرق مختصرة ويسيرة لحل المسائل باستخدام الأعداد .ويسمى علم الحسا ب . أحيانا . علم الأعداد أو فن الحساب. وهو يشكل فرعاً مهما من أفرع الرياضيات.

و يسمى علم الحساب أحيانا بعلم الأعداد ، و به جانبان : الأول نظري (خواص الأعداد) والثاني عملي (معرفة المطلوب بالأعمال الأربعة : الجمع والطرح والضرب والقسمة) . و أول الحساب العد ، وتبرز الحاجة إليه في عمليات جمع المحاصيل و البيع والشراء و تقسيم الميراث ...الخ.

وبدأ الإنسان بالأعداد القليلة الصغيرة ، خمسة ثم سبعة ثم بالاثني عشر ، فالستين .. لقلة الأشياء التي كان يملكها في البداية ، أو يحصل عليها في المرة الواحدة ، سواء بمجتمعات الصيد القديمة أو ما تلاها، وعندما كثرت الأشياء تطورت معها الأعداد و صيغ التعبير عنها .

والجدير بالذكر هنا أن القدماء المصريين قد سجلوا أعدادهم على مواد حجرية وخشبية وفخارية وعلى أوراق البردى، حيث كانت اللغة القديمة هى اللغة الهيروغليفية. وقد وجد على جدران معابدهم ومقابرهم ما يثبت أنهم كانوا ينمون مهاراتهم الأساسية فى علم الحساب قبل آلاف السنيين. وكانوا يسجلون مقادير محاصيلهم الزراعية على جدران معابدهم. وقد وجد الكثير من الرسومات التى تعبر عن ذلك. كما استخدموا طرق الحساب لتسجيل السلع التي كانوا يتبادلونها ؛ فبدءوا باستخدام وحدات مثل: "سلة من الغلال" أو "قطعة من قماش".

ثم بعد ذلك، اختاروا الوزن، وكان الميزان على شكل عمود يُحمل على الكتف، ويتدلى ثقل من كلٍ من طرفيه. ولما كان من الضروري تسجيل أعداد الأشياء لتقدير رؤوس الماشية، أو سلال الحبوب، بدأوا بحفر حزَّات على سطح عصا، ثم توصلوا إلى رموز الأعداد، واستخدموا النظام العشري، كما استخدموا العد على الأصابع كذلك. ثم تطور الأمر إلى استخدام الأحجار في العد، وبعد ذلك، استعاضوا عن الأحجار بالحبات التي تُصَّف كل عشرة منها على سلك، ممثلة بذلك أول آلة حاسبة معداداً، وأخذوا يجرون عمليات الجمع والطرح، ثم توصلوا إلى عمليات الضرب والقسمة، ولكنهم، مثل غيرهم من الشعوب القديمة، جهلوا الصفر. وقد مارس العرب التجارة ، ولذا كان لا بد لهم أن يعرفوا من الحساب ووحدات النقد والمكيال و السنين والعقود. ولم يستفد العرب من كتاب (السند هند) الكبير والذي ترجمه للمنصور (أبو اسحق إبراهيم بن حبيب) سوى الأرقام. ولم يستخدموا الأرقام بشكلها الرياضي. مع ذلك. إلا في القرن الرابع الهجري ، فبقوا يستخدموا كتابة الأرقام بالحروف ولا زالت تلك الطريقة منتشرة حتى اليوم في كثير من النصوص. وقد سميت الأرقام الهندية بالأرقام الغبارية لأن الهنود في معاملاتهم كانوا يرشون ألواح الخشب بالغبار ، ثم ينقشون عليه الأرقام في المعاملات ويعاودون الرش في كل عملية كما بالشكل التالى:



ويرى بعض المفسرين أن الأرقام الهندية تم اختيار أشكالها ، حسب عدد الزوايا في الرقم، وعندما أضيف الصفر ، حدث تطور بل وثورة في إجراء العمليات الحسابية.

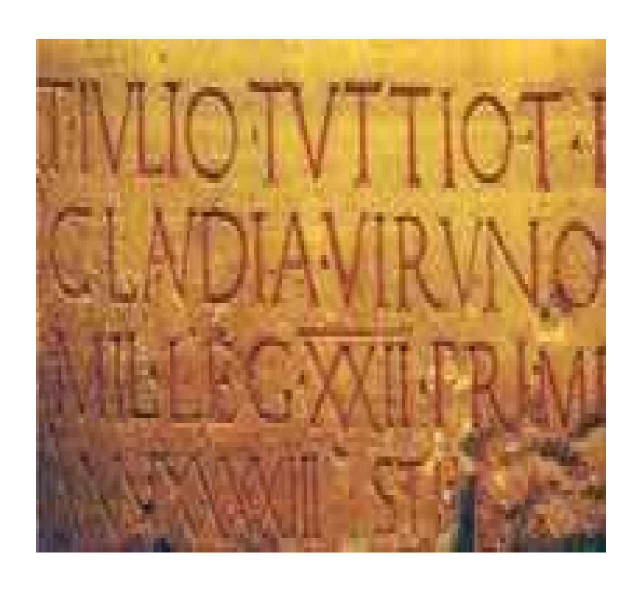
(4 – 2) عملية الجمع:

(4 – 2 – 1)الجمع عند الرومان:

استخدم الناس عبر التاريخ أنظمة متعددة للأعداد. فعلى سبيل المثال، استخدم قدامى البابليين أزاميل صغيرة على لوح من الطين، بينما كان لدى الإغريق نظامان، استخدمت الألفبائية الإغريقية في أحدهما، كما لو استخدمنا نحن الحرف أ ليمثل 1 والحرف ب ليمثل 2 والحرف ج ليمثل 3.

كان الرومان ،يستخدمون طرقا معقدة (شكل 4 – 1) فكانوا يستخدمون الرموز التالية للتعبير عن الأرقام:

l = 1، V = 5، X = 10، L = 50، C =100، D =500، و 1000 = M، والمشكلة أن نطق الأرقام يختلف عن كتابتها ، فمثلا لو أردنا كتابة رقم (487) لدوناه على شكل CCCCLXXXV11 ولا تزال الأرقام الرومانية تستخدم في بعض الأغراض الخاصة انظر(الفصل الثانى).



شكل(4 – 1)

فمثلاً: لإجراء عملية الجمع على العددين 777، 216 بالطريقة الرومانية تتم كالتالى:

٧٧٧ ٢١٦ ٩٩٣	DCC < XXLL CCXVI DCCC < XXXVVIII

ونستطيع كتابة هذه النتيجة فى صورة مختصرة كما يلى:

CMXCIII حيث الرمز *CM* يعنى 900(1000 – 100)، *XC* يعنى 90(100 – 10).

(4 – 2 – 2)الجمع عند الهنود:

أراد باسكار (1150 م) إجراء عملية الجمع على الأعداد التالية:

100،10،17،195،34،7،3

فقام بعمل الآتى:

أ) حصل على مجموع الآحاد، أى:

26=0،0،7،5،4،7،3

ب)حصل على مجموع العشرات، أى:

14=0،1،1،9،3

جـ) حصل على مجموع المئات ، أى:

2=0،0،1،1

د) ثم حصل على مجموع المجاميع ، أى:

٢٦
١٤٠
٢٠٠
―――
٣٦٦

وهناك طريقة أخرى لجمع الأعداد عند الهنود، حيث كانوا يجمعون الأعداد من اليسار إلى اليمين ثم يقومون بتعديل الناتج (المجموع) كلما احتاجوا لذلك كما فى مسألة الجمع التالية:

٦٥٣٩
٣٢٨٦
―――
٩٧٦٥
٨٢

أى أن : 9825=3286+6539

ولا نستطيع أن نستنتج من هذه الطريقة قاعدة معينة للجمع.

(4 – 2 – 3) الجمع عند العرب:

توصل الرياضيون العرب والمسلمون إلى طرق ميسّرة لإجراء شتى العمليات الحسابية؛ ففي الجمع مثلاً كانت لديهم طرق مختلفة لجمع الأعداد نذكر منها الطريقتين التاليتين:

أ) الطريقة الأولى:

وهى أن العرب كانوا فى كثير من عمليات الجمع يكتبون المجموع فوق العداد المجموعة ، وكانوا يستخدمون مجموع الأرقام للتحقق من النتائج كما فى مسألة جمع العددين التالين: 4576 ، 1232.

ويكون الحل كما فى الجدول التالى:

المجموع	5808	3
	4576 1232	4 8

والعمود الأخير فى هذا الجدول يبين كيف كان العرب يتحققون من نتائج عملية الجمع وذلك بجمع أرقام كل عدد. وفى مثالنا الحالي:

العدد 4576 يتكون من الأرقام 6،7،5،4 والتى مجموعها = 22 ، ويكون مجموع الناتج(22) هو: 2+2=4.

كذلك مجموع أرقام العدد 1232 هو 8 رقم واحد لذلك مجموع هذا الناتج هو 8 أيضاً.

إذن: مجموع نواتج الرقمين هو: 8+4=12 ويكون مجموع الناتج (12) هو: 2+1=3. أما مجموع أرقام المجموع 5808 فهى 8+8+0+5=21. ومجموع الناتج (21) هو: 1+2=3.

وهذا يحقق أن مجموع الناتج (3) = مجموع نواتج الرقمين (3). مع ملاحظة أن هذه الطريقة ليست محققة دائماً.

ب) الطريقة الثانية:

تسمى هذه الطريقة بطريقة المحفوظات وتستخدم حتى الآن في المدارس الابتدائية، وتتلخص في زيادة خانة قبل المجموع تسمى خانة المحفوظات، فمثلاً تجمع الأعداد الثلاث التالية: 3663 ، 54288 ، 106 كما فى الجدول التالى:



وتشبه هذه الطريقة ، الطرق المستخدمة حالياً فى عمليات الجمع. حيث يتم جمع الأعداد السابقة كما فى الجدول التالى:

$$\begin{array}{r} 3363 \\ 54288 \\ 106 \\ \hline 58057 \end{array}$$

(4 – 3) عملية الطرح:

الطرح هو طريقة معاكسة للجمع، وتتبع مبادئه. وعملية الطرح أيضاً من العمليات الحسابية القديمة وتوجد عدة طرق قديمة لأجراء عملية الطرح منها:

أ) طريقة الطرح من عشرة والتكملة: وتعتمد هذه الطريقة على القاعدة التالية:

ب – جـ= ب+(10 – جـ) – 10

فمثلاً: لطرح العدد 5 من العدد 11 أي: 11 – 5 يكون: 10 – 5 =5 ،

إذن : 1+5=6

ولإجراء عملية طرح أكبر مثلا:

$$\begin{array}{r} 331 \\ 167- \\ \hline 164 \end{array}$$

ولتفسيرذلك:

(1) الخانة الأولى:

1 – 7 لا يصلح. فتم استلاف (1) من خانة العشرات أى (10) فيكون: 10 – 7=3 ، ويكون 3+1=4 توضع فى خانة الناتج.

(2) الخانة الثانية:

كانت (3) فأصبحت (2) نتيجة للاستلاف السابق. فيكون 2 – 6 لا يصلح. فنعاود الاستلاف من خانة المئات ويساوى (10) فيكون: 10 – 6=4 ، ويكون 4+2=6 توضع فى خانة الناتج.

(3) الخانة الثالثة:

كانت (3) فأصبحت (2) نتيجة للاستلاف السابق. فيكون 2 – 1=1 توضع فى خانة الناتج. وتستخدم هذه الطريقة فى بعض المدارس العربية حتى الآن.

ب) طريقة الاستلاف والإضافة للعدد المطروح منه:

ونلخص شرح هذه الطريقة فى عملية الطرح التالية: 6566 – 5578

وطريقة الحل كما يلى:

$$\begin{array}{r} 6\,5\,6\,6 \\ {}^{6}\not{5}\,{}^{6}\not{5}\,{}^{8}\not{7}8 \\ 988 \end{array}$$

(1) الخانة الأولى:

6 – 8 لا يـصلح. فنـستلف (1) مـن خانـة العـشرات 6 ثـم نـرده إلى خانـة العشرات فى العـدد الـسفلى 7 فتـصبح (8) ، ويكـون: 16 – 8=8 توضـع فـى خانة الناتج.

(2) الخانة الثانية:

6 – 8 لا يصلح. فنستلف (1) من خانة المئات5 ثم نرده إلى خانة المئات فى العدد السفلى 5 فتصبح (6) ، ويكون: 16 – 8=8 توضع فى خانة الناتج.

(3) الخانة الثالثة:

5 – 6 لا يصلح. فنستلف (1) من خانة الألوف 6 ثم نرده إلى خانة الألوف فى العدد السفلى 5 فتصبح (6) ، ويكون: 15 – 6=9 توضع فى خانة الناتج.

(4) الخانة الرابعة:

6 – 6 =صفر ويكون ناتج الطرح هو 988.

جـ) طريقة الطرح من اليسار لليمين:

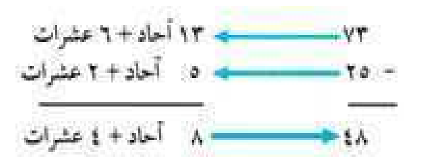
وتتلخص هذه الطريقة كما فى عملية الطرح التالية: 6566 – 522

60 = 5 – 65	6566	(1)
	522 –	
4=2 – 06	6066	(2)
	22 –	
4=2 – 6	6046	(3)
	2 –	

6044 وهو باقى الطرح.

(د) طريقة الطرح العشري:

و هـى طريقـة معاكسـة للجمـع العـشرى، وتتبـع مبـادئ الجمـع العـشري نفسها. وتتلخص هذه الطريقة فى عملية طرح العددين 73 – 25 كما يلى:



ففـي خانـة الآحـاد يجـب طـرح 5 مـن 3، وهـو الأصـغر، لـذا يعـاد تجميـع 7 عشرات زائـد 3 لتصبح 6 عشرات زائـدا 13 مـن الآحـاد ونوضـح ذلـك بكتابـة 1 ذي حجم صغير مقابل الـ 3. وشطب الـ 7 وكتابة 6 ذات حجم صغير أعلاها.

(4 – 4) عملية الضرب:

(4 – 4 – 1) الطريقة المصرية القديمة:

كـان المـصريين القـدماء يجـرون عمليـات الـضرب علـى أسـاس الجمـع(التـضعيف)، كمـا ورد فـى برديـة رانيـد، فعلـى سـبيل المثـال، إذا أرادوا ضـرب 5×6، فإنهم يجرونها كالتالي:

العمود الأيمن	العمود الأيسر
5	1
10	2
20	4
40	8

يضعون تحت العمود الأيمن (5)، وتحت العمود الأيسر(1)، ثم يضاعفون الرقمين، فيصيرا 10 و 2، ثم يكررون عملية التضعيف على الرقمين الجديدين، فيصيرا 20 و 4، ثم يضاعفونهما، فيصيرا 40 و 8، ثم عندئذ، يتبين لهم أن هناك مجموعة أرقام في العمود الأيسر تساوي رقم المضروب فيه، أي 2+4= 6، ويقابلهما، في العمود الأيمن، 10+20= 30، إذاً يكون 5×6= 30 .

مثال آخر:	11 × 14

العمود الأيمن	العمود الأيسر
1	14
2	28
4	56
8	112

حيث نجد في 1، 2، 8، يساوي 11، ويقابلها تماماً 14، 28، 112 ومجموعهما 154 فيكون 11 × 14 = 154 .

والمضاعفة تكون لأي من رقمي الضرب، فيمكن إجراء المسألة السابقة كالتالي:

العمود الأيمن	العمود الأيسر
1	11
2	22
4	44
8	88

نجد 2 + 4 + 8 = 14 / يقابلها 22 + 44 + 88 = 154

واعتمدت هذه الطريقة على عملية التضعيف وجمع المضاعفات فمثلاً في حالة ضرب 17 × 15 كان العمل يسير على الآتي(مع مراعاة أننا هنا نستخدم الرموز الحالية):

17	1	17 × 1 = 17
34	2	ضاعف 17 × 2 = 34
68	4	ضاعف 34 × 2 = 68
136	8	ضاعف 68 × 2 = 136
255	15	

ويكون حاصل الضرب هو 255

وقد تم الحصول علية من جمع 17 + 34 + 68 + 136

المناظرة للأعداد 1 + 2 + 4 + 8

وخلاصة المعنى أن حاصل ضرب 17 × 15 هو تكرار 17 عدة مرات قدرها 15 وأحياناً كان قدماء المصريين يكررون العدد 17 عدة مرات قدرها 16 ثم يطرحون من الناتج العدد 17 كما يلي :

17	1	1
34	2	1
68	4	1
136	8	1
272	16	العدد 17 مكرر 16 مرة
17 –	1	العدد 17 مكرر مرة واحدة
255	15	العدد 17 مكرر 15 مرة

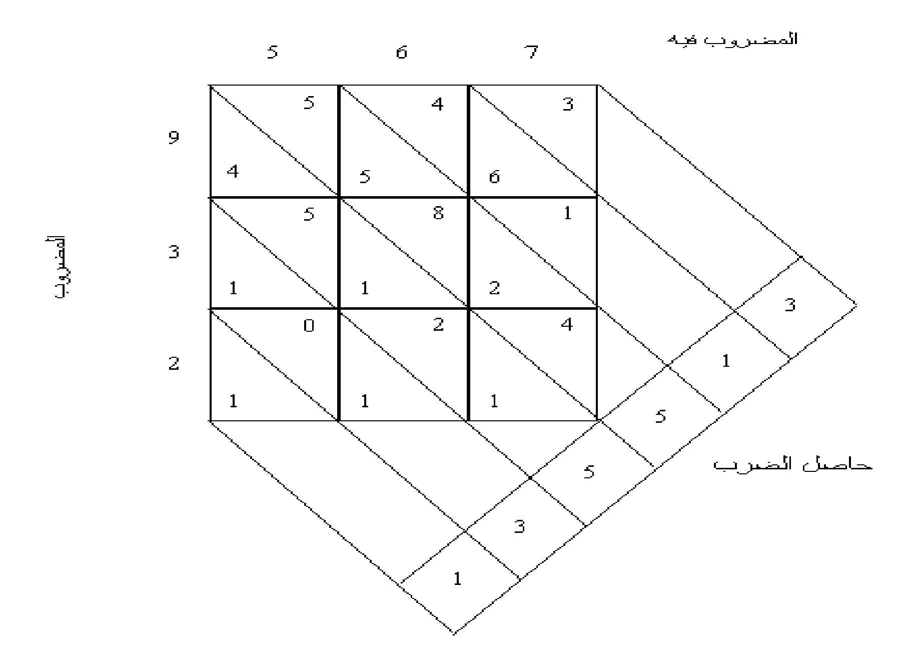
(4 – 4 – 2) طريقة الشبكة عند المسلمين:

كان الضرب على طريقة أهل الهند غاية في التعقيد، فإذا أريد مثل ضرب 569 في 5، فإن طريقتهم كانت على الوجه التالي:

5×5 = 25، 5×6=30، مما يعدل 25 إلى 28 .

5×9= 45، ومن ثم يجب أن يزيد الصفر بمقدار 4، فيكون حاصل الضرب 2845.

وعلى العكس من ذلك كانت طريقة المسلمين في عملية الضرب غاية في البساطة وسهولة في الأداء، حيث إنهم استخدموا طريقة الشبكة، وفيها يقسم لوح الحساب إلى مربعات على نمط الشطرنج، ويوضح الشكل المبين طريقة ضرب 239 × 567، شرح الدكتور الدفاع هذه الطريقة كما يلي:



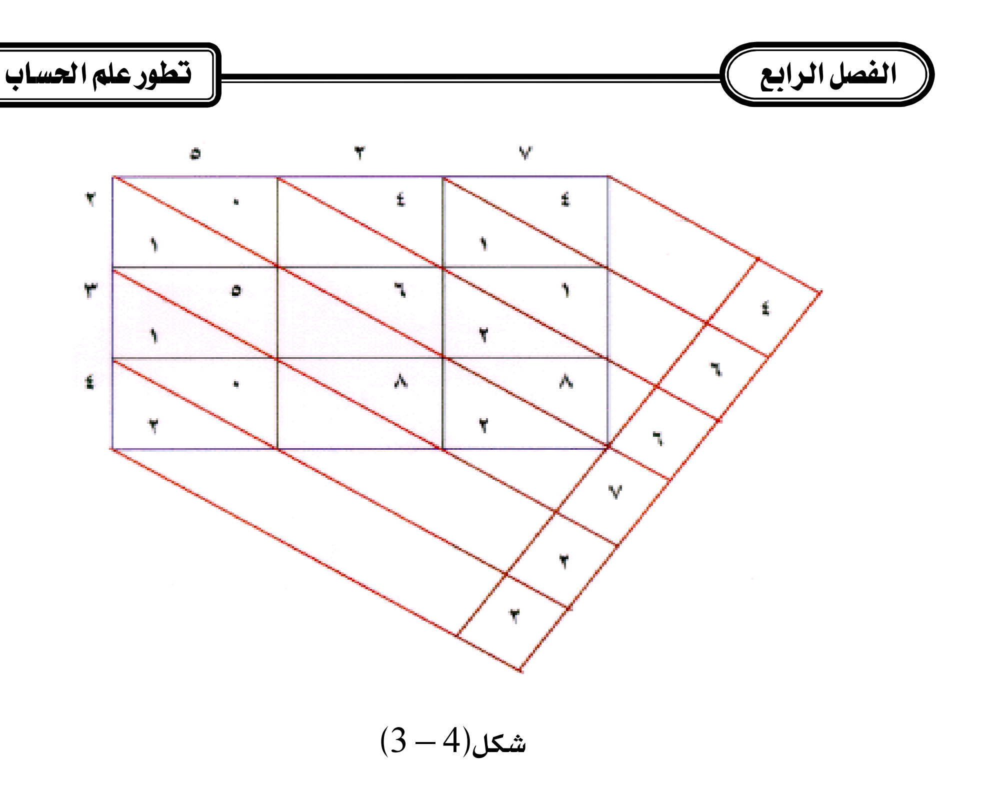
عملية الضرب باستخدام طريقة الشبكة

شكل$(4-2)$

ولإيجاد حاصل الضرب بهذه الطريقة تتبع الخطوات التالية:

يكتب العددان المطلوب إيجاد حاصل ضربهما في أعلى المستطيل، وإلى يساره، ويتكون حاصل ضرب كل خلية بأخذ حاصل ضرب عنصر الصف في عنصر العمود، وتسجيل رقم الآحاد إلى أعلى الخط القطري، ورقم العشرات إلى أسفله، ويتعين حاصل ضرب العددين الأصليين بجمع الأعداد في كل قطر مع الإضافة لما يليه إن لزم الأمر.

ومثال آخر على ذلك لضرب 527×432، نتبع الخطوات التالية:



شكل(4 – 3)

نرسم مستطيلاً (شكل 4 – 3) ، ونكتب العدد 527 فوق المستطيل، والعدد 432على جانبه، ثم نضرب الأرقام بعضها في بعض، نضرب أول رقم من جانب المستطيل في أرقام العدد الذي يعلوه، ثم ثاني رقم، ثم الثالث، ونضع حواصل الضرب في مربعات في صفوف، ثم نجمع الأعداد، فينتج حاصل الضرب وهو 227664 .

و لضرب 235 × 47 نتبع ما يلي:

نرسم مستطيلاً مقسمًا إلى 3 خانات أفقية وخانتيْن رأسيتيْن، نضع الرقم 235 أعلى المستطيل على الخانات الأفقية كما في الشكل، ونضع العدد 47 على يسار الخانتين الرأسيتيْن. ثم نضرب العدد 7 × 2 ونضع الحاصل 14 في الخانة الأولى تحت العدد 2، ونضرب 7 × 3 ونضع الحاصل 21 في الخانة الثانية، ثم نضرب 7 × 5 ونضع الحاصل 35 في الخانة الثالثة. كذلك نضرب الـ 4 في كل من 2، 3 و5 ونضع حاصل ضرب كل منها في خانات الصف الثاني، وبجمع الأعداد كما في الشكل نحصل على حاصل الضرب وهو 11045.

وكانت هذه الطريقة محببة لدى الكثيرين من الهنود والعرب والصينيين والأوروبيين ولنأخذ مثالاً آخر لعملية الضرب باستخدام طريقة الشبكة: 35 × 74

	7	3	5	
5	4 9	2 1	3 5	7
4	2 8	1 2	2 0	4
	3	9	0	

ومع مراعاة كتابة الأعداد 735 (أعلاه) 74 (على اليمين والآحاد أسفل العشرات) وتقسيم حواصل الضرب إلى خانات كما بالشكل وجمع الخانات القطرية نجد أن : 35 × 74 = 54390 ويمكن تغيير طريقة الكتابة كما يلي :

	9	3	4	
4	6 3	2 1	6 1	6
1	9 0	3 0	4 0	7
3	7 2	9 0	2 1	2
	1	9	3	

ومع مراعاة النواتج الناشئة من حواصل الجمع القطرية خارج الشبكة نجد أن : $293276 = 314 \times 934$

وتوجد طرق كثيرة غير هذه، فيها المتعة والصعوبة التي يعشقها المهتمون بالرياضيات كان يطلق عليها العرب اسم الملح الاختصارية.

المربع السحري

إذا جمعت الأرقام في المربع السحري عموديًا ، أو أفقيًا ، أو قطريًا ، يكون مجموعها متساويًا . وأشهر هذه المربعات المربع الثلاثي كما بالشكل الآتي:

6	7	2
1	5	9
8	3	4

يتكون هذا المربع من تسعة أرقام في تسع خانات ومجموع هذه الأرقام 45 ، وإذا وزعت في ثلاثة صفوف أو ثلاثة أعمدة خص كل صف أو عمود بمجموع 15ويجب أن يكون مجموع القطرين 15 أيضاً .

ومن خواص هذا المربع السحري الثلاثي:

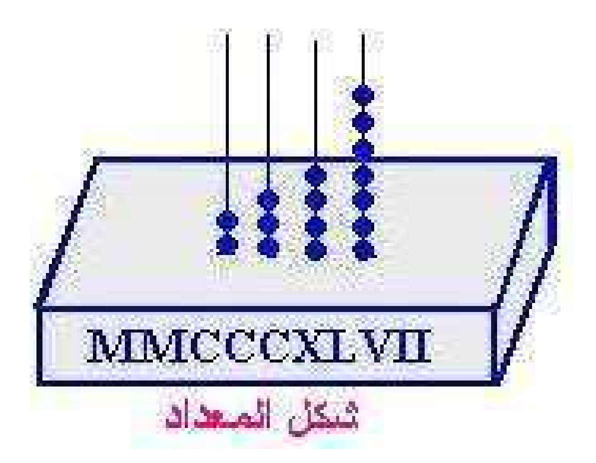
1) أن مجموع الأرقام الثلاثة التي يحتوي عليها الصف أو العمود أو القطر عدد فردي لهذا يجب أن تكون الأرقام التي يحتوي عليها الصف أو العمود أو القطر إما جميعها فردية أو يكون منها رقمان زوجيان.
2) لتكوين هذا المربع السحري الثلاثي ضع 5 في الخانة الوسطى ، ثم ضع 2 في إحدى الزوايا وضع 8 في الزاوية المقابلة لها على القطر ، ثم ضع 4 في

الزاوية التي بين 2، 8 وضع 6 في الزاوية المقابلة لها على القطر ، ثم وزع الأعداد الباقية في الخانات على شرط أن يكون مجموع كل ثلاثة أعداد في خط مستقيم يساوي 15كما في الشكل.

3) احتلت الأرقام الزوجية 2 ، 4 ، 6 ، 8 الأركان ، فسماها العرب (بدوح)، وتوسطت الأرقام الفردية المربع خمسة خمسة أرقام فسماها العرب (خمسة وخميسة) .

(4 – 4 – 3) طريقة المعداد الروماني:

فالمعداد الرماني هو جهاز للعد عند القدامى في مصر والهند واليونان مأخوذا عن الإمبراطورية الرومانية؛ وهو عبارة عن قاعدة خشبية عليها أسلاك توضع فيها " بلى " أو " حبات " فالبلية في السلك الأول تعني شيئا واحدا ولو وضعت في السلك الثاني فإنها تعنى عشرة أشياء وفي السلك الثالث تعنى مائة شيء وهكذا(شكل 4 – 4).



شكل(4 – 4)

وطريقة الضرب باستخدام المعداد الرومانى تتلخص فيما يلى:

عند ضرب العددين 4600 x 23 يتم وضعهم كما يلى:

	CM (مئات الألوف)	XM (عشراتالألوف)	M (ألوف)	C (مئات)	X (عشرات)	I (آحاد)
4600			4	6		
6×3 6×2 4×3		1 1 8	1 2 3	8		
4×2	1		5	8		
حاصل الضرب					2	3

23 ×

ولذلك يكون حاصل الضرب هو: 4600 x 23 =105800

مـع ملاحظـة أن أمـاكن الأصـفار كانـت شـاغرة (لأن الـصفر لم يكـن اكتشف بعد) .

(4 – 5) عملية القسمة:

(4 – 5 – 1) الطريقة المصرية القديمة(التضعييف):

عرف المصريون القدماء القسمة ، كما وضح من بردية رانيد الرياضية (أو كراسة أحمس)، وهي ترجع إلى عام 1991 . 1786 ق.م، وتتضمن مجموعة من الأمثلة النموذجية لمسائل حسابية، وبها جدول يبين نتائج قسمة العدد 2 على المقامات الفردية من 3 إلى 101 في تفصيلات تشير إلى صحة النتائج، التي توصلوا إليها، مع جداول تتضمن نتائج قسمة الأعداد من 1 إلى 9 على العدد 10 معبراً عنها بالكسر ذي بسط الواحد الصحيح، مستهدفاً من ذلك غرضين، أولهما: حفظ

نتائج القسمة في كسور مجردة وثانيهما: تقديم مسائل عملية، تستطيع عقلية الدارس أن تسايرها بعد تقديم البرهان على صحة النتائج. ومن أمثلة ذلك المسألة الرابعة في بردية رايند:

قسّم سبعة أرغفة على عشرة رجال، بحيث يأخذ كل رجل 2 / 3 و 1/ 30

البرهان: اضرب $7 = 10\times\left(\frac{1}{30}+\frac{2}{3}\right)$

ويكون الحل هو:

1	$\frac{1}{30}+\frac{2}{3}$
2	$\frac{1}{15}+1\frac{1}{3}$
4	$\frac{1}{30}+\frac{1}{10}+2\frac{2}{3}$
8	$\frac{1}{10}+5\frac{1}{2}$

المجموع 10 يقابل 7 أرغفة، وهذا صحيح وهنا تظهر، مرة ثانية، طريقة المصريين في الضرب عن طريق الجمع .

مثال آخر: كمية وسُبعها يضافان معاً فيصبحان 19 فما هي الكمية ؟

الحل: نفرض أن الكمية 7

فسبعها يساوي 1

المجموع= 7+1= 8

نقسم المجموع الحقيقي على المجموع المفترض فيصير: $\frac{19}{8}$ ونضاعفه سبع مرات، أي نضربه في 7 فيكون الناتج:

$$16\frac{5}{8} = \frac{123}{8} = 7\times\frac{19}{8}$$

أي أن الكمية المطلوبة هي: $16\frac{5}{8}$

أي انت القسمة تجرى عكس عملية الضرب، أي أنها كانت تعتمد على مضاعفة المقسوم عليه حتى يتعادل مع القاسم، فتجرى قسمة 154÷14 بأعداد الجدول السابق، ثم جمع ما يقابل مجموع 154، أي 1 + 2 + 8 = 11، فيكون ذلك هو خارج القسمة .

مثالاً آخر: 539÷49

العمود الأيمن	العمود الأيسر
1	49
2	98
4	196
8	392

نجد أن مجموع 49 + 98 + 392 = 539، فيكون مجموع الأرقام المقابلة لها (1 + 2 + 8 = 11) هو خارج القسمة .

(4 – 5 – 2) الطريقة الإسلامية للقسمة:

كان للعرب طرق متنوعة لإجراء القسمة، فيها تفنن وإبداع، تدل على المدى، الذي وصل إليه العقل العربي في التلاعب بقوانين الضرب والجمع والقسمة. وقد عُثر على مخطوطة قيمة في عام 1971 في لندن، توضح الطريقة التي استعملها المسلمون، وهي أقدم طريقة للقسمة المطولة عُرفت في الدول الإسلامية، ومن أمثلتها :

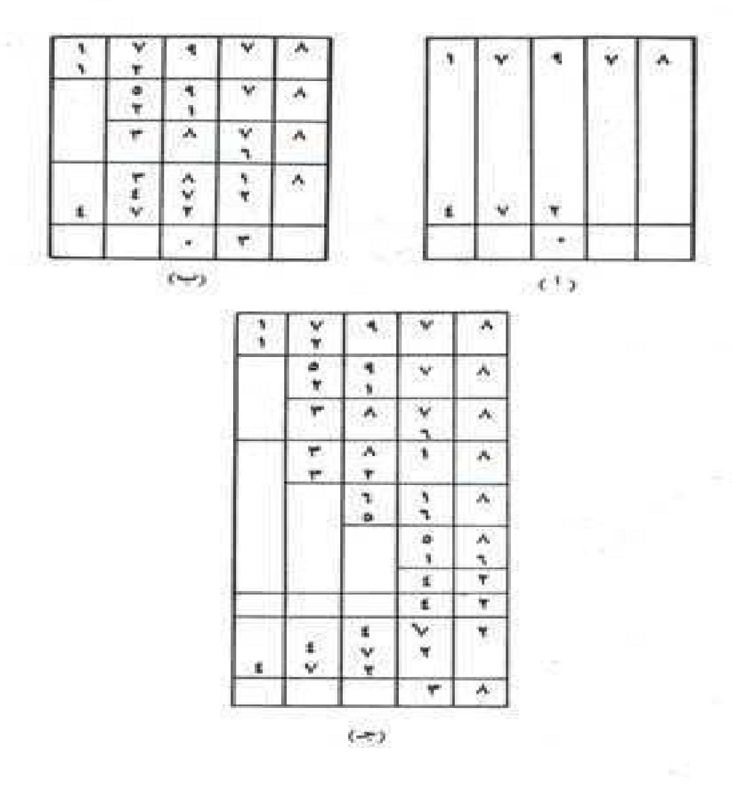
اقسم 17568 على 472، ولإجرائها نقسم صفحة من الورق إلى أعمدة عددها مساوٍ لعدد الأرقام في العدد المراد قسمته، ويُكتب العدد المراد قسمته في أعلى الصفحة، ويُكتب المقسوم عليه في أسفلها، وذلك بجعل الرقم الأول لكل عدد في الجهة اليسرى في الورقة. فإذا أخذنا في ذلك الجهة اليمنى من الورقة نجد أن ناتج قسمة 1 على 4 هو صفر، لذلك فإن الرقم الأول في المقسوم هو صفر يُكتب تحت آخر رقم من المقسوم عليه. ثم نقسم 17 على 4 ونختار ال 3، ولذلك نكتب ال 3 تحت الرقم الأخير من المقسوم عليه، ثم نضرب 3×4= 12، نضعها تحت 17 في المقسوم، ثم نطرح، فيتبقى لنا 5568، ثم نضرب 3×7= 21، ونضعها تحت 55 ونطرح، يتبقى لنا 3468، ثم نضرب2x3= 6 ونضعها تحت 6، ثم نطرح فنحصل على 3408، وتتكرر العملية ذاتها، أي بقسمة العدد 3408 على 472 يكون الناتج 37 والباقي 104، وهو موضح في الشكل التالي:

1 1	7 2	5	6	8
	5 2	5 1	6	8
	3	4	6 6	8

	3 2	4 8	0	8
		6 4	0 9	8
		1	1 1	8 4
		1	0	4
		4	7	2
		0	3	7

إن طريقة المسلمين في القسمة المطولة والتي تتطلب مهارة خبير في الرياضيات هي أقدم طريقة للقسمة المطولة عرفت في الدولة الإسلامية، وقدم الدكتور الدفاع مثالاً على هذه الطريقة، فلقسمة 17978 على 472 تقسم صفحة الورق إلى عدد من الأعمدة الرأسية يساوي عدد الأرقام في العدد الجاري قسمته والذي يكتب عند رأس الصفحة، في حين يكتب العدد المقسوم عليه أسفل الصفحة بحيث يوضع الرقم الأخير من كل من العددين عند الجانب الأيسر من الصفحة، ونبدأ بقسمة العمود إلى أقصى اليسار، فنقسم 1 على 4 ليكون الحاصل صفرًا، فيكون الرقم الأول (من جهة اليسار) لخارج القسمة هو الصفر، ويكتب تحت أول أرقام المقسوم عليه كما هو مبين في شكل(4 – 4 أ) ، ثم تعاد كتابة المقسوم عليه 472 أعلى موضعه السابق مباشرة مع إزاحته خانة واحدة إلى اليمين كما في شكل (4 – 4 ب)، بعد ذلك نجد أن 4 تقسم على 17 أربع مرات، ولكن بالتجربة يتضح أن الرقم 4 أكبر من أن يكون أول رقم (جهة اليسار) لخارج القسمة، فيختار الرقم 3 الذي يكتب أسفل أول أرقام المقسوم عليه (في وضعه المزاح) إلى جوار رقم خارج قسمة الخطوة السابقة، ويبين الشكل(4 – 4 ب)عملية ضرب المقسوم عليه في الرقم 3، ثم

طرح حاصل الضرب هذا من العدد الجاري قسمته ليكون الباقي 3818، ويجري تكرار هذه العملية بقسمة 3818 على 472؛ لنحصل على خارج القسمة النهائي 38 والمتبقي 42 كما هو مفصل في شكل(4 – 4ج) الذي يعرض جميع خطوات عملية القسمة المطولة.



شكل (4 – 5)

وللقسمة والضرب استخدم المسلمون طرقًا عديدة يكاد بعضها يطابق ما نستخدمه اليوم. ويقول ليوناردو فيبوناتشي، أحد علماء الرياضيات الإيطاليين في القرن السابع الهجري، الثالث عشر الميلادي، أنه تعلّم طريقة القسمة لأول مرة من أساتذته علماء العرب والمسلمين في صقلية. وأن تطويرهم لطريقة القسمة تنم عن خبرة رياضية عظيمة لا يستهان بها.

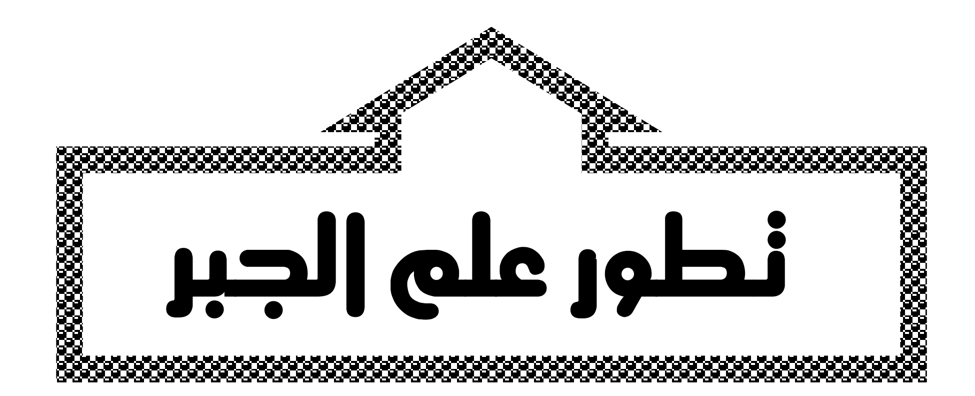
(4 – 5 – 3) طريقة فيبوناشى:

درس فيبوناشي (Fibonacci) في المدارس الإسلامية، وفي عام 1202م أدخل الأرقام العربية إلى أوروبا، وقد عالج فيبوناشي عدة حالات لعملية القسمة، أولاها القسمة على عدد مكون من رقم واحد، حيث قام بقسمة 10004 على 8 على سبيل المثال بوضع خارج القسمة أسفل المقسوم عليه والمتبقي فوق المقسوم:

4
10004
8
1250

وينصح فيبوناشي بقسمة عناصر العدد كلما كان ذلك ممكنًا، وعندما يكون ذلك ممكنًا، وعندما يكون المقسوم عليه أكبر من 10 يقترح فيبوناشي استخدام أقرب مضاعفات العشرة كرقم تجربة للمقسوم عليه، وقد أخذ فيبوناشي هذه الأفكار عن المسلمين.

الفصل الخامس



تطور علم الجبر

(5 – 1) مقدمة

استخدم الصينيون والفرس والهنود الجبر قبل آلاف السنين، ومن المحتمل أيضا أن يكون البابليون قد عرفوا شيئًا من الجبر . وأول دليل على استخدام الجبر يعود للرياضي المصري أحمس الذي عاش نحو عام 1700 ق.م، أو قبل ذلك. وبعد ذلك بقرون طويلة ساهم الإغريق في تطور الجبر ، حيث استخدم الرياضي الإغريقي ديوفانتوس الذي عاش في القرن الثالث الميلادي معادلات الدرجة الثانية ورموزاً لكميات غير معلومة. ولقد أطلق على ديوفانتوس لقب أبي الجبر .

وقد كان للعرب مساهمة كبيرة في تطور الجبر ، حيث استخدموا الإشارات الموجبة والسالبة، وطوروا الكسور بصورة مقاربة جداً لما هي عليه الآن. فقد اخترع العرب الصفر في القرن التاسع الميلادي، ويعتبر ذلك من أعظم التطورات في تاريخ الرياضيات. وبين عامي 813 و 833م جمع العالم الرياضي الخوارزمي(انظر الفصل السادس) الذي كان مدرساً للرياضيات في بغداد أعمال الرياضيين الهنود والعرب في مادة الجبر وطورها. وقد أخذت كلمة الجبر التي تعني التعويض بمفهوم حل المعادلات من عنوان كتاب الخوارزمي المشهور الجبر والمقابلة .وقدم الخوارزمي في هذا الكتاب حلولاً هندسية وجبرية لمسائل طرحها الإغريق، وقد قصد الخوارزمي بالجبر ,نقل الحدود من أحد طرفي المعادلة إلى الطرف الآخر، وقصد بالمقابلة اختصار ما يمكن اختصاره بعد عملية الجبر ثم إيجاد نتيجة المعادلة. وقد أطلق على المجهول س اسم الجذر وعلى $س^2$ اسم مال وعلى $س^3$ اسم كعاب وعلى $س^4$ مال المال. وقد كتب عمر الخيام الشاعر والعالم الفلكي الفارسي الذي عاش في الفترة بين 1050 م و1123م كتاباً في الجبر . وخلال العصور الوسطى كان التقدم في الجبر بطيئاً. وبدأ اهتمام الأوروبيين بالجبر في القرن السادس عشر

الميلادي حين بدأ العلماء يقتنعون بأهميته. وقد ساهم بعد ذلك كثير من علماء الرياضيات في تطور الجبر .

ونتج عن اكتشاف الحاسوب تغيرات مهمة في دراسة واستخدامات الجبر ؛ لأنّ بإمكان برامج الحاسوب القيام بمعظم خطوات حل المسائل الجبرية. فمثلا نستطيع استخدام هذه البرامج لحل المعادلات الخطية ومعادلات الدرجة الثانية بسهولة تامة. ونتيجة لذلك فمن المتوقع أن يتغبر أسلوب تدريس مادة الجبر ؛ فبدلاً من تدريس المهارات الأساسية التي تساعد على حل المسألة الجبرية فمن الممكن التركيز على مفاهيم مادة الجبر .

(5 – 2) الجبر عند القدماء المصريين:

لقد عرف المصريون القدماء الجبر فاستعملوا معادلات من الدرجة الأولى و حلوها بطرق مختلفة كما عرفوا معادلات من الدرجة الثانية و حلوا مسائل تؤدي إليها ، و أقدم ما نعرف من علم الجبر عند المصريين نجده في بردية الكاتب المصري (أحمس) التي نسخها نحو 1650ق م ، و هو يذكر أنه نقل هذه البردية عن أصل يرجع إلى نحو 1850ق م ، و يبدوا من المعلومات الرياضية الموجودة في هذه البردية أنها تعود إلى أيام الفرعون زوسر أحد ملوك الأسرة الثالثة (نحو 3000ق م) ، وتعد هذه البردية من أقدم ما كتب في الرياضيات، حيث كتبت على ورق كاتب اسمه أحمس (وتسمى أيضاً قرطاس أحمس) والبردية موجودة الآن في المتحف البريطاني ويقال أن أحمس لم يؤلف الكتاب بل نسخه من كتاب آخر أُلف في عهد الملك أمنمحات الثالث حوالى عام 2200 قبل الميلاد أي منذ حوالى 40002 أعوام . كما ظهرت مخطوطات هامة أخرى في الرياضيات مثل بردية موسكو والتي يعود تاريخها إلى قرابة 1850 قبل الميلاد . وتعتبر برديتا " رايند وموسكو " هما المصدرين الرئيسيين للمعلومات عن رياضيات قدماء المصريين ، وتتضمن البرديتان (110) مسائل ، وتحتوي بردية رايند وحدها على 85 مسألة ، وهي أول وثيقة رياضية

مكتوبة اشتملت على العد وكتابة الأرقام وقواعد العمليات الحسابية الأربع والكسور الاعتيادية والمربع والجذر التربيعي وبعض المتواليات والمسائل الهندسية . كما عرفوا كيف يحلون مسائل نلجأ نحن الآن إلى حلها بالمعادلات الجبرية كمسألة تقول : (كومة كلها وسبعها يساوي تسعة عشر) – وكلمة كومة هذه استخدمها قدماء المصريين للدلالة على أية كمية غير معلومة وتُنطق بصوت يماثل آها (Aha) فإذا صغنا المسألة في لغة العصر لجاءت هكذا (عدد إذا جمع كله على سبعة كان الناتج تسعة عشر). كما وجد فى هرم سقارة المدرج(أقدم الأبنية الحجرية في مصر) ما يدل على أن المصريين القدماء قد عرفوا المتواليات العددية و المتواليات الهندسية و قد عرفوا أيضا معادلات من الدرجة الثانية مثل المعادلتين : $س^2$+$ص^2$=100 ، ص=4/3 س ،حيث س=8 ، ص= 6 ، و هذه المعادلة هي الأساس التاريخي لنظرية فيثاغورث $أ^2$=$ب^2$+$ج^2$ ، و كان المصريون يسمون العدد المجهول (كومة) . ومن الأمثلة الجبرية عند قدماء المصريين ما جاء فى المسألة الرابعة في بردية رايند :

قسّم سبعة أرغفة على عشرة رجال، بحيث يأخذ كل رجل 2 / 3 و 1/ 30

البرهان: اضرب $7 = 10\times\left(\frac{1}{30}+\frac{2}{3}\right)$

ويكون الحل هو:

1	$\frac{1}{30}+\frac{2}{3}$
2	$\frac{1}{15}+1\frac{1}{3}$

4	$\frac{1}{30}+\frac{1}{10}+2\frac{2}{3}$
8	$\frac{1}{10}+5\frac{1}{2}$

المجموع 10 يقابل 7 أرغفة، وهذا صحيح وهنا تظهر، مرة ثانية، طريقة المصريين في الضرب عن طريق الجمع .

مثال آخر: كمية وسُبعها يضافان معاً فيصبحان 19 فما هي الكمية؟

الحل: نفرض أن الكمية 7

فسبعها يساوي 1

المجموع= 7+1= 8

نقسم المجموع الحقيقي على المجموع المفترض فيصير: $\frac{19}{8}$ ونضاعفه سبع مرات، أي نضربه في 7 فيكون الناتج:

$$16\frac{5}{8}=\frac{123}{8}=7\times\frac{19}{8}$$

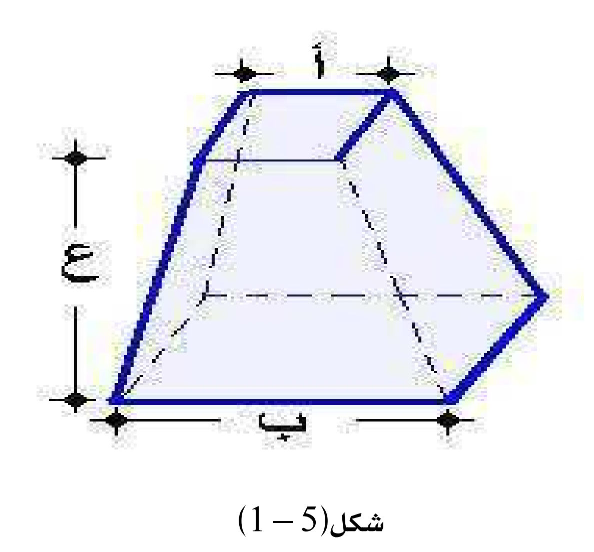
أي أن الكمية المطلوبة هي: $16\frac{5}{8}$

أى كانت القسمة تجرى عكس عملية الضرب، أي أنها كانت تعتمد على مضاعفة المقسوم عليه حتى يتعادل مع القاسم، فتجرى قسمة 154÷14 بأعداد الجدول السابق، ثم جمع ما يقابل مجموع 154، أي 1 + 2 + 8 = 11، فيكون ذلك هو خارج القسمة. كما احتوت بردية موسكو على مثال عددي من حله نستنتج أن

المصريين القدماء (قبل 4000 عام تقريباً) كانوا على دراية بقانون حجم الهرم الناقص ذي القاعدتين المربعتين والذي نصه الحالي:

ح = 3/1 ع (أ^2 + أ ب + ب^2)

حيث ع ارتفاع الهرم ، أ طول إحدى القاعدتين المربعتين ، ب طول ضلع القاعدة الأخرى شكل(5 – 1).



شكل(5 – 1)

، وقد كانت المسألة كما يلي : (إذا أخبرت أن هرما ناقصا ارتفاعه الرأسي 6 وضلعه 4 في القاعدة ، 2 في القمة . فإن عليك أن توجد مربع هذه الأربعة فيكون الناتج 16 ، وعليك أن تضاعف 4 فينتج 8 وعليك أن توجد مربع 2 فيكون الناتج 4 . اجمع ما حصلت عليه 16 ، 8 ، 4 فينتج 28 . خذ 3/1 الارتفاع 6 ينتج 2 ضاعف الـ 28 فينتج 56 . سوف تجدها صحيحة .وبتطبيق القانون الحالي فإن ح =3/1 × 6 (($(4)^2$ + (4)(2) + $(2)^2$)) = 2 (16 + 8 + 4) = 56 وهي نفس النتيجة بمنتهى الدقة كما حسبها المصريون القدماء. كما برع قدما المصريين في قياس الزوايا والأطوال وحساب المساحات

والحجوم والمكاييل ، ومثال على ذلك الدقة الموجودة في بناء الهرم فزوايا قاعدة الهرم بين (89,56 درجة) ، (90,30 درجة) أي أن نسبة الخطأ لا تتعدى ± 0,07 ٪ بينما طول ضلع القاعدة يبلغ حوالى 227 مترا ، والفرق بين أطول أضلاع القاعدة وأصغرها لا يتعدى 0,20 مترا ، واتجاه كل جانب من جوانب الهرم يكاد يكون متوازيا تماما للجهات الأصلية الأربع وهي الشمال والجنوب والشرق والغرب . كما لوحظ أن نسبة طول جانب الهرم إلى ارتفاعه = ط . وأن عملا ضخما بهذا الإتقان لا بد وان يحمل بين طياته مهارات رياضية فائقة كان قدماء المصريين يمتلكونها ، وهناك آثار أخرى مثل المسلات والمعابد تحمل نفس المعنى .

(5 – 3) الجبر عند البابليين:

تاريخ الرياضيات بدأ عندما كان الكتبة البابليون يمارسون كتابة الأعداد وحساب الفوائد ولاسيما في الأعمال التجارية ببابل (مادة) . وكانت الأعداد والعمليات الحسابية تدون فوق ألواح الصلصال بقلم من البوص المدبب. ثم توضع في الفرن لتجف . وكانوا يعرفون الجمع والضرب والطرح والقسمة . ولم يكونوا يستخدمون فيها النظام العشري المتبع حاليا مما زادها صعوبة حيث كانوا يتبعون النظام الستيني الذي يتكون من 60 رمزا للدلالة علي الأعداد من 1 – 60 . وما زال النظام الستيني متبعا حتي الآن في قياس الزوايا في حساب المثلثات و قياس الزمن (الساعة =6. دقيقة والدقيقة =60ثانية . و في حوالي 2000 ق م وضع البابليون القدماء جداول للمربعات و المكعبات و حلوا معادلات الدرجة الثانية و الثالثة. وقد ظهر من لوحاتهم الطينية (المصنوعة من الصلصال) العديد من المسائل التى تعبر عن استخدامهم الطرق الجبرية فمثلاً:

وجد عندهم أن :

$$\frac{17}{24}=\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{17}{12}=\sqrt{2}$$

$$1{,}414213 = \frac{10}{(60)^3} + \frac{51}{(60)^2} + \frac{24}{60} + 1 = \sqrt{2}$$

وكما هو ملاحظ استخدامهم للنظام الستينى والذى تكلمنا عنه فى الفصول السابقة.

(5 – 4) الجبر عند الإغريق:

يعد علماء الإغريق أول من اكتشف الرياضيات البحتة بمعزل عن المسائل العملية. أدخل الإغريق الاستنتاج المنطقي والبرهان، وأحرزوا بذلك تقدمًا مهمًا من أجل الوصول إلى بناء نظرية رياضية منظمة .وتقليديًا يعد الفيلسوف طاليس أول من استخدم الاستنتاج في البرهان، وانصبّ جل اهتمامه على الهندسة حوالي 600 ق.م.

اكتشف الفيلسوف الإغريقي فيثاغورث، الذي عاش حوالي 550 ق.م.، طبيعة الأعداد، واعتقد أن كل شيء يمكن فهمه بلغة الأعداد الكلية أو نسبها .بيد أنه في حوالي العام 400 ق.م. اكتشف الإغريق الأعداد غير القياسية (وهي الأعداد التي لا يمكن التعبير عنها كنسبة لعددين كليين)، وأدركوا أن أفكار فيثاغورث لم تكن متكاملة. وفي حوالي 370 ق.م. صاغ الفلكي الإغريقي يودوكسوس أوف كنيدوس نظرية بالأعداد غير القياسية وطوّر طريقة الاستنفاد، وهي طريقة لتحديد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات، مهدت لحساب التكامل.

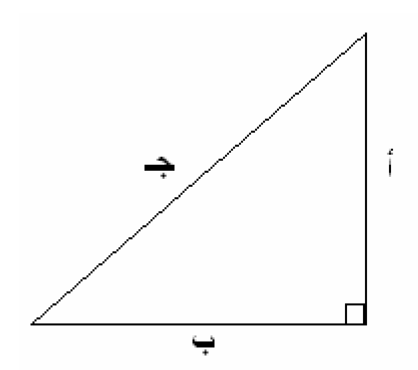
وفي حوالي 300 ق.م قام إقليدس (انظر الفصل السادس) بتأليف كتاب العناصر، إذ أقام نظامًا للهندسة مبنيًا على التعاريف التجريدية والاستنتاج الرياضي. وخلال القرن الثالث قبل الميلاد عمّم عالم الرياضيات الإغريقي أرشميدس طريقة الاستنفاد، مستخدمًا مضلعًا من 96 ضلعًا لتعريف الدائرة، حيث أوجد قيمة عالية الدقة للنسبة التقريبية ط (π)، وهي النسبة بين محيط الدائرة

وقطرها. وفي حوالي العام 150 ق.م. استخدم الفلكي الإغريقي بطليموس الهندسة وحساب المثلثات في الفلك لدراسة حركة الكواكب، وتمّ هذا في أعماله المكونة من 13 جزءًا. عرفت فيما بعد بالمجسطي أي الأعظم. وكان للعالم الشهير فيثاغورث إسهامات واضحة فى تقدم علم الجبر عامة وعند الإغريق خاصة ونذكر هنا ثلاثياته ورباعياته المشهورة:

(5 – 4 – 1) ثلاثيات و رباعيات فيثاغورث

أوجد فيثاغورث قواعد لإيجاد ثلاثة أعداد بحيث تكون أطوالاً لمثلثات قائمة الزاوية أى الحصول على حل للمعادلة(شكل 5 – 3):

$$أ^2 + ب^2 = جـ^2$$



وهذا ما يسمى بنظرية فيثاغورث.

نظرية فيثاغورث واحدة من النظريات الأساسية في المثلثات. تنص هذه النظرية على انه " في المثلث القائم، مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين القائمين". مما يعني أن معرفة طولي ضلعين من المثلث القائم، كاف لمعرفة طول الضلع الثالث:

وأوجد فيثاغورث أيضاً ، طريقة لحل المعادلة المكونة من أربعة أعداد طبيعية صحيحة وموجبة (أ، ب،ج،د) على الصورة:

$$أ^2 + ب^2 + جـ^2 = د^2$$

وهذا ما يسمى برباعية فيثاغورث.

(5 – 5) الجبر عند الهنود:

كما كان للمصريين القدماء والبابليين والإغريق حضارة فى العلوم المختلفة ونخص هنا تطور علوم الرياضيات ومنها الجبر . فكان للهنود أيضاً حضارة تمثلت فى نظم الكتابة وشق القنوات وإقامة المبانى والعد والقياس. وقد ظهرت مهارتهم فى حل المسائل الحسابية واستخدموا طريقة الفرض الخاطئ والحل باستخدام المعكوس ، حيث يسير الحل فى خطوات عكسية حتى البداية.

ويذكر هنا أن أحد الهنود ويدعى أرياباتا خاطب ابنته بمسألة حسابية فقال لها:

" خبرينى أيتها العذراء الجميلة ذات العيون البراقة لأنك تفهمين الطريقة الصحيحة للحل بالمعكوس. ما العدد الذى إذا ضرب فى 3 ثم زيد بمقدار 3 حاصل الضرب ثم قسم على 7 وانقص بمقدار 1 خارج القسمة ثم ضرب فى نفسه وانقص بمقدار 52 ثم أخذ جذره التربيعى وأضيف إليه 8 وقسم الناتج على 10 كان الناتج 2"

ولحل هذه المسألة بطريقة المعكوس الهندية نبدأ بالعدد (2) ثم نسير فى خطوات عكسية حتى البداية هو:

$$(2 \times 10 - 8)^2 + 52 = 196$$

$$\sqrt{196} = 14$$

$$4\times 2 \;/\; 3\times 7\times 4 \;/\; 7\times 1 \;/\; 3 = 28$$

إذن العدد المطلوب هو 28. وهذا يتفق مع الحل الحالى لهذه المسألة كما يلى:

$$\frac{١}{١٠}\left(\sqrt{\left(٣\text{س} \times \frac{٧}{٤} \times \frac{١}{٧} \times \frac{٢}{٣}\right)^{٢} - ٥٢ + ٨}\right) =$$

$$\sqrt{\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)^{٢} - ٥٢ + ٨} = ٢٠$$

$$\sqrt{\frac{\text{س}^{٢}}{٤} - ٥٢} = ١٢$$

$$1/4 \; \text{س}^2 = 196$$

$$\text{س}^2 = 4 \times 196$$

$$\text{س} = 2\times 14 = 28$$

وهو نفس الحل الذى تم الحصول عليه بطريقة المعكوس الهندية.

وللهنود اهتمامات أخرى فى تطور علم الجبر مثل اهتمامهم بحل المعادلات السيالة وغيرها.

(5 – 6) الجبر عند العرب والمسلمين:

قام علماء العرب المسلمون بترجمة وحفظ أعمال قدامى الرياضيين الإغريق بالإضافة إلى إسهاماتهم المبتكرة. وألف عالم الرياضيات العربي الخوارزمي

كتابًا حوالي عام 210هـ، 825م، وصف فيه نظام العد اللفظي المطور في الهند. وقد استخدم هذا النظام العشري قيمًا للمنزلة وكذلك الصفر، وأصبح معروفًا بالنظام العددي الهندي . العربي. كما ألف الخوارزمي كذلك كتابًا قيمًا في الجبر بعنوان كتاب الجبر والمقابلة، وأخذت الكلمة الإنجليزية من عنوان هذا الكتاب. وفي منتصف القرن الثاني عشر الميلادي أدخل النظام العددي الهندي . العربي إلى أوروبا نتيجة ترجمة كتاب الخوارزمي في الحساب إلى اللاتينية. ونشر الرياضي الإيطالي ليوناردو فيبوناتشي عام 1202م كتابًا في الجبر عزز من مكانة هذا النظام. وحل هذا النظام تدريجيًا محل الأعداد الرومانية في أوروبا.

وقد اشتغل العرب بالجبر و ألفوا فيه بصورة علمية منظمة ، حتى أن (كاجوري) قال : ((إن العقل ليدهش عندما يرى ما عمله العرب في الجبر ..)) ، كما ألف عمر الخيام كتابه في الجبر الذي نشره وويك في مارس 1851م. و قسم العرب المعادلات إلى ستة أقسام و وضعوا حلولا لكل منها ، و استعملوا الرموز في الأعمال الرياضية و بحثوا في نظرية ذات الحدين ، و أوجدوا قانونا لإيجاد مجموع الأعداد الطبيعية ، و عنوا بالجذور الصماء و مهدوا لاكتشاف اللوغاريتمات. كما استخرج رياضيو العرب والمسلمين المجاهيل العددية عن طريق التحليل بطريقتين أخريين قلما يعرفهما شخص في العصر الحديث سوى المتخصصين في الرياضيات. وهاتان الطريقتان هما حساب الخطأين، والتحليل والتعاكس .وكانت لهم مؤلفات في ذلك منها كتاب الخطأين لأبي كامل الحاسب المصري وكتاب حساب الخطأين ليعقوب بن محمد الرازي وغيرهما. وكانت هاتان الطريقتان شائعتين عند العرب، وأكثر استخدامًا من غيرهما. كما فى المثالين التاليين: حيث يوضح المثال الأول طريقة الحساب والخطأ، والثاني يوضح طريقة الوصول إلى المجهول بطريقة التحليل والتعاكس.

مثال(5 – 1)

أوجد العدد الذي إذا أضيف إليه ثلثاه وثلاثة كان الناتج 18.

الحل:

الخطوة الأولى: افرض المجهول ما شئت وسمه المفروض الأول، ثم تصرف فيه بحسب السؤال، فإن كان مطابقًا فهو المطلوب، وإن لم يكن كذلك فإن الخطأ بالزيادة أو النقصان فهو الخطأ الأول.

الخطوة الثانية: افرض مجهولاً آخر وسمه المفروض الثاني، فإن أخطأ حصل الخطأ الثاني.

الخطوة الثالثة: اضرب المفروض الأول في الخطأ الثاني، وسمه المحفوظ الأول.

الخطوة الرابعة: اضرب المفروض الثاني في الخطأ الأول، وسمه المحفوظ الثاني.

الخطوة الخامسة: إذا كان الخطآن من زائدين أو ناقصين فاقسم الفرق بين المحفوظين على الفرق بين الخطأين، وإن اختلفا ، ثم اجمع المحفوظين على مجموع الخطأين لتحصل على المجهول.

نفرض أن المفروض الأول: 3

فيكون:

$$3 + 3 \times 2/3 + 3 = 3 + 2 + 3 = 8$$

ويكون الخطأ الأول $18 - 8 = 10$

خذ المفروض الثاني: 6 إذا تصرفنا فيه بحسب السؤال يكون:

$$6 + 6\times 2/3 + 3 = 13$$

...يكون الخطأ الثاني 18 − 13 = 5

إذن يكون المحفوظ الأول = 3 × 5 = 15

ويكون المحفوظ الثاني = 6 ×10 = 60

الفرق بين 60 و 15 = 45 والفرق بين الخطأين هو 10 − 5 = 5

والجواب هو: 45/5 = 9

مثال(5 – 2)

عدد ضرب في نفسه وزيد على الحاصل اثنان وضعف وزيد على الحاصل ثلاثة وقسم المجتمع (المجموع) على خمسة وضرب الخارج في عشرة حصل خمسون.

للوصول إلى المجهول بطريقة التحليل والتعاكس

فيستند على العمل بعكس ما أعطاه السائل فإن ضعّف فنصِّف، وإن زاد فانقص، وإن ضرب فاقسم أو جذّر فربّع أو عكس فاعكس مبتدئًا من آخر السؤال.(وقد وردت هذه المسألة في كتاب بهاء الدين العاملي). نبدأ بآخر السؤال فنقسم 50 − 10 ثم نضرب 5 في مثلها أي:

5 × 5 = 25 وننقص من 25 العدد 3 فيكون الباقي 22 ومن نصف هذا العدد ننقص 2، أي 11 − 2 = 9 فالجواب يكون الجذر التربيعي لـ 9 أي 3.

كما كان الرياضيون فى بادىء الأمر يحلون المسائل الجبرية إعتماداً على الأرقام ولم تكن الرموز قد استخدمت بعد ، حتى جاءت هذه الرموز في حقبة متأخرة

نسبياً وعلى يد الرياضيين العرب أنفسهم. فقد بدأت رموز هذا العلم في شكل مصطلحات لغوية ثم تطورت؛ ومن ذلك استخدام الخوارزمي ومن جاء بعده بقليل المصطلحات الآتية:

الجبر: نقل الحدود المنفية إلى الجانب الآخر من المعادلة.

المقابلة: توحيد الحدود المتماثلة.

الحد: الكمية المعبر عنها في المعادلة بعدد معلوم أو مجهول.

العدد الأصم: الذي لا ينجذر إلا بكسر.

الجذر: كل شيء مضروب في نفسه بدءًا من الواحد إلى أعلى وما دونه من كسور. وهو الحد المجهول في المعادلة ونعبر عنه حالياً بالرمز س، وأطلقوا عليه أيضًا مصطلح الشيء.

جزء الجذر (الشيء): معكوس الجذر؛ أي 1/س.

المال: كل ما اجتمع من الجذر المضروب في نفسه ($س^2$).

جزء المال: معكوس المال أي 1/س.

العدد المفرد: كل ملفوظ به من العدد بلا نسبة إلى جذور ولا إلى مال.

كما قسم الخوارزمي المعادلات إلى ستة أقسام كالتالي:

1) الأموال التي تعدل (تعادل) جذورًا ويقابلها بالرموز الحالية: م $س^2$ = ب س.
2) الأموال التي تعدل عددًا معلومًا ويقابلها بالرموز الحالية: : م $س^2$ = ح.
3) الجذور التي تعدل عددًا معلومًا ويقابلها بالرموز الحالية: ب س = ح.

4) الأموال والجذور التي تعدل عددًا معلومًا ويقابلها بالرموز الحالية:

م س^2 +ب س = ح.

5) الجذور والأعداد المعلومة التي تعدل أموالاً ويقابلها بالرموز الحالية:

ب س + ح = م س^2

6) الأموال والأعداد التي تعدل جذورًا ويقابلها بالرموز الحالية:

م س^2 + ح = ب س

ثم تطورت هذه المصطلحات لتحل محلها رموز سهلت استخدام هذا العلم وقادته للتطور، ومن هذه الرموز ما استخدمه القلصادي (ت 891هـ، 1486م) فقد استخدم العلامات التالية:

جـ : لتدل على الجذر؛ وهو الحرف الأول من كلمة جذر.

ش : لتدل على المجهول؛ وهو الحرف الأول من كلمة شيء (س)

م : لتدل على مربع المجهول؛ وهو الحرف الأول من كلمة مال (س^2).

ك : لتدل على مكعب المجهول؛ وهو من حروف كلمة مكعب (س^3).

ل : لتدل على المساواة بين الكميتيْن (ل)، وهو من حروف كلمة يعدل.

... ثلاث نقاط للدلالة على النسبة.

كما تعد طريقة حل المعادلات التكعيبية بوساطة القطوع المخروطية من أعظم الأعمال التي أسهم بها الرياضيون العرب في هذا العلم. وقد طبقوا نظرياتهم فيها على حلول بعض المسائل الصعبة التي يؤدي حلها إلى معادلات تكعيبية. ومن جملة المسائل التي وردت في تمريناتهم التطبيقية يتبين أنهم كانوا يعرفون حل المعادلات من الدرجة الثانية، كما عرفوا أن لهذه المعادلات جذريْن قاموا باستخراجهما إن كانا موجبين. وتحققوا من الحالة التي يكون فيها الحل مستحيلاً في نطاق الأعداد الحقيقية.

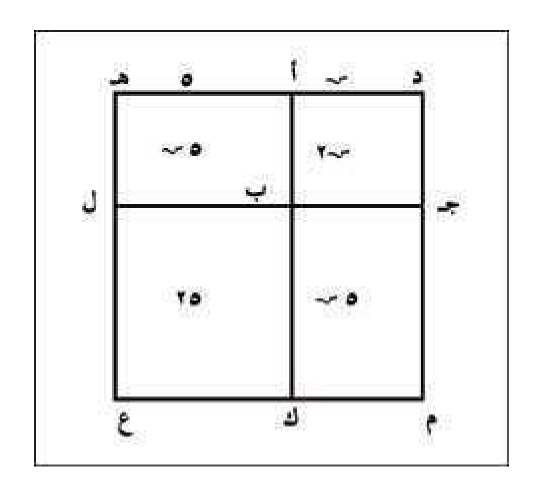
ولعل الرياضيين العرب هم أول من استعان بالهندسة لحل المعادلات الجبرية من الدرجة الثانية، وهذا من طرق الهندسة التحليلية؛ ولثابت بن قرة في ذلك ابتكارات لم يسبق إليها، فقد وضع كتابًا في الجبر بيَّن فيه علاقة الجبر بالهندسة وكيفية الجمع بينهما. كما وردت مسائل لدى الخوارزمي وغيره من الرياضيين العرب استخدموا فيها الهندسة لحل مسائل الجبر من ذلك ما ورد لدى الخوارزمي في حل المعادلات التالية هندسيًا:

$س^2+10س=39$

$س^2+21=10س$

$س^2=3س+ع9$

ولحل المعادلة الأولى على سبيل المثال: نفترض أن المستقيم جـ ب = س ، ثم نقيم عليه المربع أ ب جـ د ونمد د جـ إلى م، و د أ إلى هـ بحيث يكون أ هـ مساويًا لـ جـ م $= 2/1 \times 10 = 5$ ثم نكمل الرسم كما هو موضح بالشكل التالى.



شكل(5 – 2)

من المساحات الموضحة، والمعادلة:

$س^2 + 10س = 39$

نجد: $س^2 + 10س + 25 = 39 + 25 = 64$

وهي مساحة المربع د هـ ع م الذى طول ضلعه يساوي 8

ويكون: $س = 8 - 5 = 3$.

كما عني الرياضيون العرب أيضًا بالجذور الصّماء، وبحثوا في نظرية ذات الحدين التي يمكن بوساطتها رفع المقدار الجبري ذي الحدين إلى قوة معلومة أُسها عدد صحيح موجب .أما في الجذور الصم؛ فقد كان الخوارزمي أول من استعمل كلمة أصم للإشارة إلى العدد الذي لا جذر له. وأوجد العرب طرقًا لإيجاد قيم تقريبية للأعداد التي ليس لها جذور؛ فبهاء الدين العاملي يقول في الخلاصة: ,وإن كان أصم فأسقط منه أقرب المجذورات إليه، وانسب الباقي إلى مضعّف جذر المُسقط مع الواحد، فجذر المُسقط مع حاصل النسبة هو جذر الأصم بالتقريب". فلو افترضنا أن العدد الأصم في هذ الحالة (م)، وكان أقرب عدد له جذر تربيعي هو ($ب^2$) وكان الفرق يساوي (هـ) لذا فإن:

$م - ب^2 = هـ$

وعلى هذا يكون جذر م = ب + ه/2ب+1

فعلى سبيل المثال جذر10= 3 + 1/2×3+1 = 3 + 1/7 = 3 1/7.

ولما كان العرب يميلون إلى الجانب التطبيقي في تناولهم للمعارف أكثر من الجانب النظري فقد خرجوا بالهندسة النظرية اليونانية إلى المجال العملي

التطبيقي. من ثم نجد أنهم يقسمون الهندسة إلى قسمين :عقلية وحسية؛ فالعقلية هي النظرية وألحقوها بالفلسفة، ولا يعمل بها إلا الحكماء الراسخون في الرياضيات البحتة. وهذا هو النوع الذي تفنن فيه علماء اليونان وعلى رأسهم أقليدس. أما العرب فكان إنجازهم فيها ضئيلاً نسبيًا. أما الهندسة الحسية فهي التطبيقية، التي استفاد منها العرب في العمران؛ في المساجد والقصور والأروقة والقباب وتخطيط المدن.

ووضع العلماء العرب والمسلمون مصنفات هندسية تطبيقية تنم عن استقلال في التفكير على الرغم من انطلاقهم من نظريات أقليدس وفيثاغورث وأبولونيوس .يظهر ذلك بجلاء عند ابن الهيثم(انظر الفصل السادس) في كتابه الجامع في أصول الحساب وفي مقالاته في استخراج سمت القبلة؛ فيما تدعو إليه حاجة الأمور الشرعية من الأمور الهندسية؛ في استخراج ما بين البلدين في البعد بجهة الأمور الهندسية، وكذلك رسالة محمد البغدادي التي كان موضوعها تقسيم أي مستقيم إلى أجزاء متناسبة، مع أعداد مفروضة برسم مستقيم، وهي اثنتان وعشرون قضية: سبع في المثلث، وتسع في المربع، وست في المخمس.

بيَّن العرب كيفية إيجاد نسبة محيط الدائرة إلى قطرها (ط) ورمزوا لذلك بالحرف ط، وكانت كالتالي بالتقريب لدى الخوارزمي:

$$\frac{62,832}{20000} = 3\frac{1}{7} = \sqrt{10}$$

ويوضح ذلك في الجبر والمقابلة بالألفاظ. وكل مدورة (دائرة) فإن ضربك القطر في ثلاثة وسبع، هو الدور (المحيط) الذي يحيط بها، وهو الاصطلاح بين الناس من غير اضطرار، ولأهل الهندسة فيه قولان آخران: أحدهما أن نضرب القطر في مثاله، ثم في عشر، ثم نأخذ جذر ما اجتمع (الناتج)، فما كان فهو الدور. والقول الثاني، لأهل النجوم منهم، وهو أن نضرب القطر في اثنين وستين ألفًا وثمانية

واثنتين وثلاثين، ثم نقسم ذلك على عشرين ألفاً، فما خرج فهو الدور. وكل ذلك قريب بعضه من بعض...". وقد بلغ الاهتمام بهذه النسبة أن وضع فيها الرياضيون العرب مؤلفات من ذلك الكتاب الذي وضعه غياث الدين الكاشي بعنوان في نسبة القطر إلى المحيط.

كما أظهر الرياضيون العرب تفوقًا في الهندسة المستوية ولاسيما فيما يتعلق بالمتوازيات. فكان نصير الدين الطوسي مثلاً أول من لفت الانتباه لنقص أقليدس في قضية المتوازيات، وقام بتقديم الأدلة المبنية على فروض في كتابه الرسالة الشافية عن الشك في الخطوط المتوازية .كما استفاد ابن الهيثم من الهندسة المستوية والمجسمة في بحوثه عن الضوء، وتعيين نقطة الانعكاس في أحوال المرايا الكرية والأسطوانية والمخروطية، المحدبة والمقعرة. فنجد أنه وضع أولاً بضع عمليات هندسية على جانب من الصعوبة ذكرها وبيّن كيفية إجرائها ووضع لها البراهين الهندسية المضبوطة. ثم كانت الخطوة الثانية أن اتخذ هذه العمليات الهندسية مقدمات إلى الحلول التي أرادها لتحديد نقاط الانعكاس، ثم أضاف خطوة أخرى بتقديمه البراهين الهندسية لتلك الحلول.

كما عرف الرياضيون العرب علم تسطيح الكرة؛ وهو علم عرّفه حاجي خليفة في كشف الظنون بأنه ,علم يتعرف فيه كيفية نقل الكرة إلى السطح مع حفظ الخطوط والدوائر المرسومة على الكرة، وكيفية نقل تلك الدوائر على الدائرة إلى الخط... وجعله البعض من فروع علم الهيئة (الفلك)، وهو من فروع علم الهندسة...". فقد نقل العرب الخرائط من سطح الكرة إلى السطح المستوي، ومن السطح المستوي إلى السطح الكروي، ومن مصنفاتهم في هذا الفرع من الهندسة كتاب تسطيح الكرة لبطليموس؛ الكامل للفرغاني؛ الاستيعاب للبيروني؛ دستور الترجيح في قواعد التسطيح لتقي الدين. كما ألفوا مصنفات كثيرة في المسائل الهندسية، وفي التحليل والتركيب الهندسي وفي موضوعات متصلة بذلك مثل

تقسيم الزاوية، ورسم المضلعات المنتظمة وربطها بمعادلات جبرية. ويقال إن ثابت بن قرة قسّم الزاوية إلى ثلاثة أقسام متساوية بطريقة تخالف الطرق التي عرفها اليونان. كما بحث العلماء في مراكز الأثقال وتوسّعوا فيها واستعملوا البراهين الهندسية لحل بعض مسائلها.

كما برع العرب في تخطيط المدن، وشق الطرق، والقنوات للري. وكان تصميم المدن يتم أولاً بعمل الخرائط الهندسية على الجلود والأقمشة والورق، بل كانوا يعملون لها نماذج مجسَّمة صغيرة كما يعمل مهندسو المعمار اليوم. ومن أشهر المدن التي خططها المعماريون العرب والمسلمون على أسس هندسية بغداد والبصرة في العراق، والفسطاط والقاهرة في مصر، والزهراء في الأندلس، وأصفهان في إيران، وأجرا في الهند. وقد راعوا في هذه المدن وغيرها الموقع الجغرافي، وتوافر المياه، وشق أكبر شوارعها في وسطها، بحيث يخترقها منصفاً لها، ويقوم على جانبي هذا الشارع الأحياء السكنية التي أطلق عليها الخطط .وكان يقوم في مركز المدينة المسجد الكبير ودار الإمارة ودواوينها.

وعُرف العرب علم حساب المثلثات وكانوا يطلقون عليه اسم علم الأنساب أيضًا، وقد سمي كذلك لأنه يقوم على استخراج الأوجه المتعددة الناشئة عن النسبة بين أضلاع المثلث. ويعدّ هذا الفرع من الرياضيات علمًا عربياً كالجبر ؛ فإلى العرب يرجع الفضل في وضعه بشكل مستقل عن الفلك. ومن أبرز ما أضافه الرياضيون العرب والمسلمون إلى علم المثلثات؛ استعمالهم الجيب بدلاً من وتر ضعف القوس في قياس الزوايا. وأدّى ذلك إلى تسهيل كثير من المسائل الرياضية. واستنبط الرياضيون العرب الظل في قياس الزاوية المفروضة بالضلع المقابل لها مقسومًا على الضلع المجاور. والظل هو المماس، غير أن كلمة مماس لاتستخدم اليوم في الهندسة بينما لازالت كلمة ظل تستخدم في المثلثات. وذكر الطوسي في كتاب شكل القطاع, إن السبق في استنباط هذا الشكل (الظلي) لأبي الوفاء

البوزجاني بلا تنازع مع غيره... وإن في المثلث القائم الزاوية الذي يكون من القسي العظام، تكون نسبة جيب أحد ضلعي القائمة إلى جيب الزاوية القائمة، كنسبة ظل الضلع الأخرى من ضلعي القائمة إلى ظل الزاوية الموترة به . كما أثبتوا أن نسبة جيوب الأضلاع بعضها إلى بعض تساوي نسبة جيوب الزوايا الموترة بتلك الأضلاع بعضها إلى بعض في أي مثلث كروي. وكان أول من قام بذلك أبو نصر علي بن عراق والبوزجاني في أواخر القرن العاشر الميلادي. كما أوجدوا طريقة مبتكرة لحساب الجداول الرياضية للجيب، وللمماس والقاطع وتمامه. وكان البوزجاني أول من حسب جيب الزاوية التي قدرها 30 دقيقة حسابًا اتفقت نتائجه فيها إلى ثمانية أرقام عشرية مع القيمة الصحيحة.

كما اخترع العرب حساب الأقواس التي كان من فوائدها تسهيل قوانين التقويم، وتُريح من استخراج الجذور المربعة. وكشفوا بعض العلاقات الكائنة بين الجيب والمماس والقاطع ونظائرها، كما توصلوا إلى معرفة القاعدة الأساسية لمساحة المثلثات الكروية، والمثلثات الكروية المائلة الزاوية. ويُعتبر استعمال العرب المماسات والقواطع ونظائرها في قياس الزوايا والمثلثات نقلة هائلة في تطور العلوم، لأنه سهّل كثيرًا من المسائل الرياضية المعقدة.

وبرز العديد من علماء العرب والمسلمين فى الرياضيات وسيأتى ذكرهم فى الفصل القادم بإذن الله.

(5 – 7) الجبر فى عصر النهضة الأوروبية:

في منتصف القرن الثاني عشر الميلادي أدخل النظام العددي الهندي . العربي إلى أوروبا نتيجة ترجمة كتاب الخوارزمي في الحساب إلى اللاتينية. ونشر الرياضي الإيطالي ليوناردو فيبوناتشي عام 1202م كتابًا في الجبر عزز من مكانة هذا النظام. وحل هذا النظام تدريجيًا محل الأعداد الرومانية في أوروبا . ثم بدأ

المكتشفون الأوروبيون في القرنين الخامس عشر والسادس عشر البحث عن خطوط تجارية جديدة لما وراء البحار مما أدى إلى تطبيق الرياضيات في التجارة والملاحة، ولعبت الرياضيات كذلك دورًا في الإبداع الفني، فطبق فنانو عصر النهضة مبادئ الهندسة وابتدعوا نظام الرسم المنظوري الخطي الذي أضفى الخداع في العمق والمسافة على لوحاتهم الفنية، وكان لاختراع الطباعة الآلية في منتصف القرن الرابع عشر الميلادي أثر كبير في سرعة انتشار وإيصال المعلومات الرياضية. وواكب عصر النهضة الأوروبية كذلك تطور رئيسي في الرياضيات البحتة. ففي عام 1533م نشر عالم رياضيات ألماني اسمه ريجيومانتانوس كتابًا حقق فيه استقلالية الهندسة كمجال منفصل عن الفلك. وحقق عالم الرياضيات الفرنسي فرانسوا فييت تقدمًا في الجبر، وظهر هذا في كتابه الذي نشر عام 1591م.

ومع حلول القرن السابع عشر، ساهم ازدياد استخدام الرياضيات ونماء الطريقة التجريبية في إحداث تغيير جذري في تقدم المعرفة، ففي العام 1543م ألف الفلكي اليولوني نيكولاس كوبرنيكوس كتابًا قيمًا في الفلك بين فيه أن الشمس . وليست الأرض . هي مركز الكون. وأحدث كتابه اهتمامًا متزايدًا في الرياضيات وتطبيقاتها. وعلى الأخص في دراسة حركة الأرض والكواكب الأخرى. وفي عام 1614م نشر عالم الرياضيات الأسكتلندي جون نابيير اكتشافه للوغاريتمات وهي أعداد تستخدم لتبسيط الحسابات المعقدة كتلك المستخدمة في الفلك .ووجد الفلكي الإيطالي جاليليو . الذي عاش في نهاية القرن السادس عشر وبداية القرن السابع عشر. أنه يمكن دراسة أنواع كثيرة لحركة الكواكب رياضيًا.

وبين الفيلسوف الفرنسي رينيه ديكارت في كتابه الذي نشر عام 1637م، أن الرياضيات هي النموذج الأمثل للتعليل، وأوضح ابتكاره للهندسة التحليلية مقدار الدقة واليقين اللذين تزودنا بهما الرياضيات.

وأسس الرياضي الفرنسي بيير دو فيرما، وهو أحد علماء القرن السابع عشر، نظرية الأعداد الحديثة. كما اكتشف مع الفيلسوف الفرنسي بليس باسكال نظرية الاحتمالات. وساعد عمل فيرما في الكميات المتناهية الصغر إلى وضع أساس حساب التفاضل والتكامل.

وفي منتصف القرن السابع عشر الميلادي اكتشف العلاّمة الإنجليزي السير إسحق نيوتن حساب التفاضل والتكامل. وكانت أول إشارة إلى اكتشافه هذا في الكتاب الذي نشر عام 1687م. واكتشف الرياضي والفيلسوف الألماني غوتفرين فلهلم لايبنين. كذلك وبشكل مستقل. حساب التفاضل والتكامل في منتصف عام 1670م، ونشر اكتشافاته ما بين 1684م و 1686م. وفى خلال أواخر القرن السابع عشر ومطلع القرن الثامن عشر قدمت عائلة برنولي. وهي عائلة سويسرية شهيرة. إسهامات عديدة في الرياضيات. فقد قدم جاكوب برنولي عملاً رائدًا في الهندسة التحليلية، وكتب كذلك حول نظرية الاحتمالات. وعمل أخوه جوهان كذلك في الهندسة التحليلية، والفلك الرياضي والفيزياء. وساهم نقولا بن يوهان في تقدم نظرية الاحتمالات، واستخدم دانيال بن يوهان الرياضيات لدراسة حركة الموائع وخواص اهتزاز الأوتار.

وخلال منتصف القرن الثامن عشر طور الرياضي السويسري ليونارد أْويلر حساب التفاضل والتكامل وبين أنّ عمليتي الاشتقاق والتكامل عكسيتان .وبدأ عالم الرياضيات الفرنسي جَوزِيفْ لاجْرانْجْ في نهاية القرن الثامن عشر العمل لتطوير حساب التفاضل والتكامل على أسس ثابتة، فطوّر حساب التفاضل والتكامل مستخدمًا في ذلك لغة الجبر بدلاً من الاعتماد على الفرضيات الهندسية التي كانت تساوره الشكوك حولها.

وفي القرن التاسع عشر ، اتسع نطاق التعليم العام بسرعة كبيرة وأصبحت الرياضيات جزءًا أساسيًا في التعليم الجامعي. ونشرت معظم الأعمال المهمة

لرياضيات القرن التاسع عشر كمراجع. وكتب الرياضي الفرنسي أَدريان ماري ليجندر في نهاية القرن الثامن عشر وبداية القرن التاسع عشر عدة مراجع مهمة، وبحث في حساب التفاضل والتكامل والهندسة ونظرية الأعداد. ونُشرت في الثلاثينيات من القرن التاسع عشر مراجع مهمة في حساب التفاضل والتكامل لعالم الرياضيات الفرنسي أوجستين لويس كوشي، وأحرز كوشي وعالم الرياضيات الفرنسي جين ببتيست فورييه تقدمًا هامًا في الفيزياء الرياضية. وأثبت عالم الرياضيات الألماني كارل فريدريك جاوس النظرية الأساسية في الجبر، ونصها: أن لكل معادلة جذرًا واحدًا علي الأقل. وأدت أعماله في الأعداد المركبة إلى ازدياد تقبلها. وطور جاوس في العشرينيات من القرن التاسع عشر هندسة لا إقليدية ولكنه لم ينشر اكتشافاته هذه، كما طور الهنجاري يانوس بولياي، والروسي نيكولاي لوباشفيسكي وبشكل مستقل. هندسات لا إقليدية. ونشرا اكتشافاتهما هذه نحو عام 1830م وطور الألماني جورج فريدريك ريمان في منتصف القرن التاسع عشر هندسة لا إقليدية أخرى.

ومع مطلع القرن التاسع عشر ساهمت أعمال عالم الرياضيات الألماني أوجست فرديناند ميبس في تطوير دراسة الهندسة، وسميت فيما بعد الطوبولوجيا التي تعنى بدراسة خواص الأشكال الهندسية التي لا تتغير بالثني أو المد.

وفي أواخر القرن التاسع عشر عمل عالم الرياضيات الألماني كَارْلْ ثُيُودورْ فَيْسْتْراس على وضع أسس نظرية متينة لحساب التفاضل والتكامل. وطوّر تلميذه جُورْجْ كانتور في العقدين الثامن والتاسع من القرن التاسع عشر نظرية المجموعات ونظرية رياضية للمالانهاية. أُنْجِزَ معظم العمل في الرياضيات التطبيقية في القرن التاسع عشر، في بريطانيا حيث طوْر تشَارْلزْ بابيج الآلة الحاسبة البدائية. ووضع جورج بولي نظامًا في المنطق الرمزي. وقدم عالم الرياضيات الفرنسي جُولْ هنْري

بوانكاريه خلال نهاية القرن التاسع عشر إسهامات في نظرية الأعداد والميكانيكا السماوية والطوبولوجيا ودراسة الموجات الكهرومغنطيسية.

(5 – 8) الجبر فى العصر الحديث:

و في القرن العشرين أظهر العديد من علماء الرياضيات اهتماماتهم بالأساسيات الفلسفية للرياضيات. واستخدم بعض علماء الرياضيات المنطق للتخلص من التناقضات، ولتطوير الرياضيات من مجموعة من المسلمات (وهي جمل أساسية تعد صائبة).

وأنشأ الفيلسوفان وعالما الرياضيات البريطانيان أَلفرد نورث وايتهد، وبرتراند رسل فلسفة للرياضيات تدعى المنطقية. وفي عملهما المشترك مبادئ الرياضيات (1910 – 1913م)، المكون من ثلاثة أجزاء، رأوا أن فرضيات جمل الرياضيات يمكن استنباطها من عدد قليل من المسلّمات.

وكان عالم الرياضيات الألماني ديفيد هلبرت الذي عاش في بداية القرن العشرين منهجيًا. ويعتبر المنهجيون الرياضيات نظامًا منهجيًا بحتًا من القوانين. وقاد عمل هلبرت إلى دراسة الفضاءات المركبة ذات الأبعاد غير المنتهية.

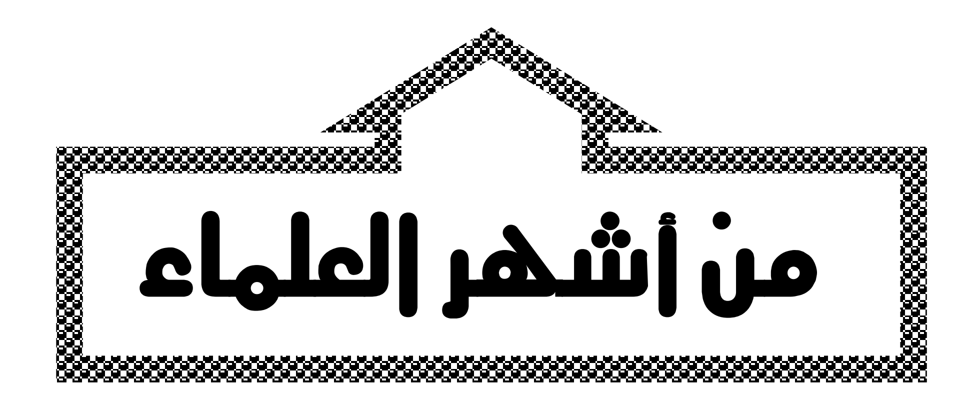
وقاد عالم الرياضيات الهولندي ليوتسن براور . في بداية القرن العشرين . مذهب الحدْسية، واعتقد أن الناس يمكنهم فهم قوانين الرياضيات بالحدْس (المعرفة التي لا يحصل عليها بالتعليل أو التجربة).

وفي الأربعينيات من القرن العشرين برهن عالم الرياضيات النمساوي كورت جودل أنه يوجد في أي نظام منطقي نظريات لا يمكن إثبات أنها صائبة أو خاطئة بمسلمات ذلك النظام فقط. ووجد أنّ هذا صحيح حتى في مفاهيم الحساب الأساسية.

ثم خطا علماء الرياضيات خلال القرن العشرين خطوات رئيسية في دراسة البنى الرياضية التجريدية. وإحدى هذه البنى الزُّمرة، التي هي تجمُّع لعناصر، قد تكون أعدادًا، وقواعد لعملية ما على هذه العناصر، كالجمع أو الضرب. ونظرية الزمرة مفيدة في مناطق عدة في الرياضيات ومجالات مثل فيزياء الجسيمات الصغيرة.

ومنذ عام 1939م قامت مجموعة من علماء الرياضيات أغلبها من الفرنسيين بنشر سلسلة من الكتب القيمة تحت اسم نقولا بورباكي. وأخذت هذه السلسلة المنحى التجريدي باستخدامها نظام المُسلَّمات ونظرية المجموعات. وخلال القرن العشرين برزت مجالات رياضية تخصصية جديدة شملت النظم التحليلية، وعلم الحاسوب وكان تقدم علم المنطق أساسًا لتقدم الحاسبات الكهربائية. وفي المقابل، تمكن علماء الرياضيات بفضل الله ثم الحاسوب من استكمال الحسابات، المعقدة بسرعة فائقة. ومنذ الثمانينيات من القرن العشرين شاع استخدام الحواسيب المبنية على النماذج الرياضية لدراسة حالة الطقس والعلاقات الاقتصادية ونظم عديدة أخرى . ومازلنا حتى اليوم نرى الكثير من الأبحاث والنظريات فى علم الرياضيات بصفة عامة وعلم الجبر بصفة خاصة.

الفصل السادس



من أشهر العلماء

من أشهر العلماء

(6 – 1) العصر المصرى القديم:

(6 – 1 – 1) أحمس (الكاتب المصري) :

أقدم ما عرف من علم الجبر عند المصريين نجده في بردى الكاتب المصري (أحمس) التي نسخها نحو 1650ق م ، و هو يذكر أنه نقل هذه البردية عن أصل يرجع إلى نحو 1850ق م ، و يبدوا من المعلومات الرياضية الموجودة في هذه البردية أنها تعود إلى أيام الفرعون زوسر أحد ملوك الأسرة الثالثة (نحو 3000ق م) ، و صاحب هرم سقارة المدرج أقدم الأبنية الحجرية في مصر. وهذا ما يتوفر لدينا من أشهر علماء الرياضيات فى العصر المصرى القديم.

(6 – 2) العصر الإغريقى:

(6 – 2 – 1) إقليدس:

كما هو معلوم فإن الإسكندر الأكبر هو مؤسس مدينة الإسكندرية المصرية عام (332 ق.م). ثم فى عام (306 ق.م) أصبحت مصر تحت حكم البطالمة ، ثم اختار بطليموس قى عام (306 ق.م) الإسكندرية عاصمة له وأنشأ فيها مدرسة للعلوم . وتعتبر هذه المدرسة أشهر جامعة علمية فى التاريخ. لأنها كانت تضم قاعات ومعامل ومتاحف ومكتبات ومدن سكنية وحدائق خاصة فهى تشبه لحد بعيد الجامعات فى العصر الحالى. وافتتحت هذه الجامعة فى عام (300 ق.م) وظلت كذلك قرابة ألف عام. وفى مدرسة الإسكندرية حاضر وتعلم العديد من علماء الرياضيات الإغريق ومنهم إقليدس. حيث أسس قسم الرياضيات وعمل أستاذاً به وكان يتصف بالتواضع العلمى. وعندما سأله الملك بطليموس عن طريقة سهلة ومختصرة يتعلم بها الملك الهندسة رد إقليدس بأنه: " لا يوجد طريق ملكى

للهندسة". وإقليدس السكندري كان هو أول من منح الهندسة وضع العلم ، ففي عام (300) قبل الميلاد تقريبا جمع إقليدس كل النتائج الهندسية التي كانت معروفة حتى ذلك الوقت ، ثم نظمها بطريقة منهجية في سلسلة من (13) كتابا ، و أطلق على هذه الكتب اسم " المبادئ " ، وقد استخدمها العالم كافة قرابة (2000) ألفي عام في دراسة الهندسة ، وتطورت هندسة إقليدس على هذه المبادئ ، ومع مرور المزمن طور رياضيون مختلفون فروعا أخرى للهندسة ، ونحن في الوقت الحاضر ندرس أنواعاً كثيرة من الهندسة مثل الهندسة التحليلية ، وهندسة المثلثات ، وهندسة منكوفسكي (ذات الأبعاد الأربعة) ، والهندسة الّلا إقليديسية ، والهندسة الاسقاطية.

(6 – 2 – 2) أرشميدس (أرخميدس):

حياته ولد أرخميدس سنة 287 ق.م. في سيراكوس (Syracuse). واستنتاجاً من كتاباته يُقدَّر أن والده كان يهتم بعلوم الفلك،هكذا نشأت الروح العلمية عنده ،في البيت أولاً و أكملها برحلات عديدة نحو الشرق و بصورة خاصة إلى مصر . يُقال أنه صديق الملك هيرون لا بل أحد أقاربه ،كان أرخميدس أصلاً مهندساً و كانت الرياضيات أساساً لهذا التخصص في العصر ،و قد اتجه نحو هندسة القياس و هنا جرت أغلبية أبحاثه و نشاطاته.

مبدأ أرشميدس العلمي: اكتشف المبدأ المعروف باسمه عن القوة التي تدفعها السوائل ضد كل جسم يغطس في سائل يتلقى دفعة من أسفل إلى أعلى تساوي حجم الجسم إذا كان السائل ماء ،و لما اكتشف ارخميدس هذا المبدأ وهو في الحمام خرج في الشوارع صارخاً: لقد وجدتها،لقد وجدتها " eureka ,eureka " من هذا المبدأ فسّر للملك هيرون سبب سير الأجسام على سطح الماء من مراكب و غيرها.

كل ذلك يعود إلى كون أرشميدس قد عاش قرب البحر كل طفولته و صباه فتعوَّد و تمرَّس في كل العادات و التقاليد التي يمارسها البحارة .بذلك استطاع التوصل إلى فهم مبدأ الأجسام التي تغرق و الأجسام التي تعوم في الماء أو على سطحه .

الميكانيكا في خدمة الهندسة : استنتج أرشميدس قوانين الميزان و الكتلة استنادا إلى بعض المسلمات لكن هذه القوانين كانت معروفة سابقاً .كما استخدم مركز الثقل في المستويات المختلفة .فقد قضى قسما من حياته في تحديد مركز الثقل (Gravity Center) عند الأجسام المتجانسة و المعروفة هندسياً. كما درس قطاع الهرم المستقيم ، هكذا كان يعرف اسم القطع المكافئ (parabola) و وضع له المعادلة التالية$ay=x(b - x)$. ووضع ذلك بشكل معادلة تشبه تعادل الميزان ،هذا الربط الذي وجده بين الهندسة و الستاتيك ،قلده إلى مجموعة اكتشافات ،أهمها :إن كل قطعة من القطع المكافئ تعادل (4أجزاء من ثلاثة)من المثلث الذي عنده القاعدة نفسها و الارتفاع نفسه. انتقل بعد ذلك إلى الكرة و برهن أن كل كرة تعادل أربع مرات الهرم الذي عنده قاعدة تعادل الكرة الكبرى في الكرة و الارتفاع يعادل الشعاع في الكرة و استطرد هذا في القطع الناقص و القطع الأهليلجي و غيره. كما حدد مراكز الثقل لكل من هذه الأشكال الهندسية :المستطيل ،المربع ،متوازي الأضلاع ،المثلث...الخ ،و يعد تحديده أن كل كرة تعادل أربع مرات مساحة الدائرة الكبرى في الكرة نفسها.

كما أضاف أرشميدس أشياء كثيرة في الهندسة أهمها 47 اقتراحاً حول مساحة الهرم والأسطوانة و الكرة و القطاع الكروي مساحة و حجماً...و أضاف مسائل جبرية حول الكرة و الأسطوانة في كتابه الثاني الذي يتناول هذين الشكلين الهندسيين بالبحث ،أضاف إلى ذلك مفاهيم رياضية كثيرة نهل منها علماء أوروبا كما نهل منها قبلهم العلماء العرب ،فقد كان كنزاً من المعلومات و المعارف و

الاكتشافات التي لا تحصى .حدَّد مركز الثقل في نصف الدائرة على محور التناظر .

(6 – 2 – 3) أبولونيوس:

كان إقليدس وأرشميدس و أبولونيوس من أشهر علماء الرياضيات فى القرن الثالث قبل الميلاد . وقد ولد أبولونيوس فى حوالى عام (262 ق.م) وهو من طلاب جامعة (مدرسة) الإسكندرية وبقى فيها فترة طويلة ثم غادرها إلى غري آسيا الصغرى ثم عاد مرة أخرى لها . ومات أبولونيوس فى الإسكندرية ودفن فيها . وقد اشتهر أبولونيوس بالفلك، كما كتب فى العديد من الموضوعات الرياضية وهو أول من أطلق المصطلحات المستخدمة حالياً على أنواع القطوع المخروطية(المكافئ ، الناقص والزائد) .

(6 – 2 – 4) فيثاغورث (*Pythagoras*):

ولد في ساموس فى حوالي (عام 580 ق.م) و توفي فى حوالي(عام 504 ق.م) . وهو فيلسوف و عالم رياضيات ،عاش مدة في مصر حيث درس الخرائط السماوية. ثم استقر في كريتون باليونان(حوالي 530 ق.م) في منزل ميلون الشهير، وأسس مدرسة فلسفية ، درّس فيها أن مخلوقات الأرض يمكن الدلالة عليها بالعدد و أن الأعداد هي عناصر كل الأشياء و أن العالم كله ليس سوى تناغم و حساب و بذلك اعتُبر العدد هو أساس كل شيء ، يقال أن فلسفته تأثرت بفلاسفة الهنود و أنه سافر إلى الهند من رحلاته (البراهمانية) . وبصفته عالم ،يعتبر من واضعي أسس الرياضيات في العالم ، فهو وضع نظرية تقول :أن مربع الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مربع الجهات الأخرى و هذه النظرية معروفة باسمه . كما أنه تنبأ بنظرية دوران الأرض حول نفسها . ثم قام تلامذته بتوسيع فلسفته و آرائه فعملوا على تطبيق نظرية الأعداد على الكوسمولوجيا و التيولوجيا و السيكولوجيا و

الأخلاق ، رسموا العدد واحد بالنقطة و كل عدد له شكل . هناك الأعداد و الأعداد المزدوجة و الأعداد الكاملة و الأعداد الناقصة والأعداد المتحابة و غيرها. وتأثر العديد من العلماء بالمدرسة الفيثاغورثية هؤلاء الذين يفكرون مثل جاليله أن الكتاب الأكبر مكتوب بلغة الرياضيات .

من أشهر أعماله في مجال الرياضيات:

1 – جدول فيثاغورث: وهو جدول ذو مدخلان يساعد في وضع جداول عديدة مثل جدول الجمع و جدول الضرب و غيرها.

2 – النظرية المعروفة باسمه فى الهندسة وتطبيقاتها. و قد مرّ ذكرها سابقاً و بشكل آخر :أن مساحة المربع المبنى على وتر المثلث القائم الزاوية ،تساوي مجموع مساحة المربعين المبنيين على الجهتين الأخريين.

(6 – 2) العصر الإسلامى:

(6 – 2 – 1) الخوارزمى

هو أبو عبدا لله محمد بن موسى الخوارزمي و أصله من خوارزم، عاش في بغداد بين سنة 164 ـ235 من الهجرة (780ـ850 ميلادية) وأقام فيها حيث اشتهر و ذاع صيته و انتشر اسمه بين الناس، كان منقطعاً إلى خزانة الحكمة للمأمون و قد بدأت في زمنه ترجمة التراث اليوناني و الثقافة الهندية ثم ظهر المأمون بعد ذلك متشبعاً بمبادئ والده سائراً على نهجه وهو العالم المحقق المحب للمعرفة و المنقطع لها قبل الخلافة فأرسل البعثات في طلب المخطوطات شراء و نسخاً حتى إنه فرض على أعدائه المنكسرين في المعاهدات التي عقدها معهم تنازلهم عن بعض المؤلفات اليونانية النادرة و الثمينة و كان على رأس إحدى بعثاته الكبيرة

عالمنا الخوارزمي الذي ذهب إلى أفغانستان و الهند و لما كثرت المخطوطات أنشأ المأمون خزانة الحكمة و أوكل إدارتها إلى الخوارزمي و هي مدرسة يعيش فيها على حساب الدولة المترحمون و المحققون و العلماء متفرغين لأعمالهم و ترجماتهم و تحقيقاتهم العلمية ويحصلون على الجوائز السخية متتابعة لكل إنجاز جديد. وطور الخوارزمي في بيت الحكمة الفكر الرياضي بإيجاد نظام لتحليل معادلات الدرجة الأولى والثانية ذات المجهول الواحد بطرق جبرية وهندسية لذلك يعتبر كتاب "الجبر والمقابلة" هو أول محاولة منظمة لتطوير علم الجبر على أسس علمية منطقية. وفي مقدمة كتابه الجبر و المقابلة يقول الخوارزمي ولم تزل العلماء في الأزمنة الخالية و الأمم الماضية يكتبون الكتب بما يصنعون من صنوف العلم ووجوه الحكمة احتساباً للأجر بقدر الطاقة و يبقى لهم من لسان الصدق ما يصغر في حينه كثير مما كانوا يتكلفونه و يحملونه من المشقة في كشف أسرار العلم وغامضة ، و هم إما رجل سبق إلى ما لم يكن مستخرجاً من قبله و إما رجل شرح مما أبقى الأولون ما كان غامضاً و مستغلقاً فأوضح طريقه و سهل مسلكه و قرب مأخذه و إما رجل وجد في بعض الكتب خللاً فلم شعثه و أقام أوده و أحسن الظن بصاحبه غير راد و لا مفتخر بذلك.

الجبر و المقابلة: لقد وضع الخوارزمي في هذا الكتاب يشكل مستقل عن الحساب و في قالب منطقي علمي دقيق، و لهذا الكتاب قيمة تاريخية كبرى لأنه أعظم ما توصل إليه العقل البشري لما فيه من دقة و إحكام في القياس من جهة و في أسلوب تطبيقه على جميع مرافق الحياة من جهة من أخرى فعليه اعتمد علماء الغرب في دراساتهم الجبرية و منه عرف الغربيون هذا العلم.

الخوارزمي و الحساب: هو أول من ألف في الحساب وفي الأرقام حيث شرح نظام استخدام الأعداد و الأرقام الهندية كما شرح طرق الجمع و الطرح و القسمة و الضرب و حساب الكسور و كان له أعظم الفضل في تعريف العرب و الغرب على سواء

بالنظام العددي الهندي و هو أول كتاب دخل أوروبا حيث بقى زمناً طويلاً مرجع العلماء و التجار و المحاسبين و قد بقي علم الحساب قروناً معروفاً باسم (الغوريتمي) نسبة إلى عالمنا الخوارزمي.

الخوارزمي و الفلك: أبدع الخوارزمي في علمي الفلك و حساب المثلثات إذ قام في عهد المأمون بإعادة صياغة كتاب (السند هند الكبير) الذي كتبه الفزاري و ترجع قصة هذا الكتاب إلى سنة /156/هـ عندما وقف بحضرة الخليفة المنصور رجل من الهند و كان عالماً في طريقة الحساب الهندية المعروفة باسم (سد هانت) و التي تهتم بحركات الكواكب و قد أمر المنصور بترجمة هذا الكتاب إلى العربية وبأن يؤلف كتاب على نهجه يشرح للعرب سير الكواكب و عهد بهذا العمل إلى الفزاري الذي ألف بهذا الصدد كتابه المعروف بين الفلكيين باسم (السند هند الكبير) و قد أخذ العلماء بهذا الكتاب امتداد عصر المأمون حيث أعاد محمد بن موسى الخوارزمي كتابته و أضاف إليه عدة زيج اشتهرت في البلدان الإسلامية، عول فيه على طرق السند هند و خالفه في التعاديل و الميل فجعل تعاديله على مذهب الفرس و ميل الشمس فيه على مذهب بطليموس و قد جاء بعده العالم العربي مسلمة بن أمحد الجريطي فأجرى بعض التصحيحات و حول الحساب الفارسي إلى الحساب العربي و يقول ابن خلدون في شرح معنى الأزياج ، ومن فروع علم الهيئة علم الأزياح و هي صناعة حسابية على قوانين عددية فيما يخص كل كوكب من طريق حركته، و ما أدى به مواضع الكواكب في أفلاكها لأي وقت من كتب الهيئة و لهذه الصنعة قوانين في معرفة الشهور و الأيام و التواريخ الماضية و أصول مقدرة في معرفة الأوج و الحضيض في جداول مرتبة تسهيلاً على المتعلمين و تسمى الأزياج و قد وضع الخوارزمي في مجال علم الفلك كتاب (العمل بالاسطراب) و كتاب (الرخامة) و كلها تبحث في مسائل الحسابات الفلكية و رصدها. و تعتبر جداوله الخاصة بحساب المثلثات و السطوح الفلكية ذات أهمية خاصة و فائدة عظمى للعرب و المسلمين. و عن طريق كتب الخوارزمي عرف العرب نظام الأرقام و الأعداد الهندية

و قد ألف عدة كتب بين فيها النظام الهندي و طريقة استخدامه عملياً و ضرب كثيراً من الأمثلة على ذلك ليسهل على رجال المال و التجار و الموظفين عملهم كما قدم الشواهد على تقسيم الميراث بطريقة مبسطة بدلاً من العمليات الحسابية المعقدة التي كانت شائعة في ذلك الوقت ، ولقد شرح البيروني كتاب الحساب الذي وضعه الخوارزمي في بعثته التي أرسله فيها المأمون على أشكال مختلفة للأرقام الهندية تشكلت منها سلسلتان مختلفتان سميت الأولى بالهندية و انتشرت لدى عرب المشرق وبخاصة في العراق و مصر و سورية وقد استقرت على الصورة التالية بعد تطويرها (1،2،3،4،5،6،7،8،9،0) و سميت الثانية بالغبارية وذلك لأن أهل الهند كانوا يأخذون غباراً لطيفاً و يسطونه على لوح من خشب أو غيره و يرسمون عليه الأرقام التي يحتاجون إليهم في عملياتهم الحسابية ومعاملاتهم التجارية وقد انتشرت لدى بلاد المغرب و الأندلس ، و عن طريق الأندلس وعن طريق المعاملات التجارية و الرحلات المتبادلة دخلت إلى أوروبا و عرفت فيها باسم الأرقام العربية وقد استقرت بعد تطورها على النحو الآتي:

(1,2,3,4,5,.6,7,8,9,0)

ويؤكد ذلك ما قاله البيروني إن الأرقام الغبارية و الهندية هي أحسن ما عند الهنود وهي منتخبة من أرقام الحساب المتنوعة التي كانت معروفة لديهم و هناك بعض العلماء يقولون إن الأرقام التي عرفها الخوارزمي من هندية و غبارية لها أصل واحد لكن التحوير أصاب قسماً منها فتطور و تغير وحافظ الباقي على حالته الأولى و يستشهدون مؤيدين وجهة نظرهم بأن الواحد و التسعة حافظا على حافظا على حالهما (1،9) (9.1) أما الاثنان و الثلاثة فلم تتغيرا أبداً فهما تكتبان عند عرب المشرق كتابة رأسية وعند عرب المغرب كتابة أفقية و الأربعة تشبه ذلك أما بقية الأرقام فقد حصل فيها تطور واختلط بعضها ببعض مما يستلزم الكثير من الحذر عند التعرف عليها في المخطوطات القديمة. أما الصفر فهو يعبر عن خلو المرتبة و كان يرد في المخطوطات القديمة دائرة فيها نقطة أي مرتبة خالية

فأخذ عرب المشرق النقطة. و تركوا الدائرة و أخذ عرب المغرب الدائرة و تركوا النقطة O.

الخوارزمي و الأرقام: إن للأرقام التي جاء بها الخوارزمي مزايا عديدة فهي تقتصر على عشرة رموز بما فيها الصفر ومن هذه الرموز يمكن تركيب أي عدد مهما كان كبيرا بعكس ما كان موجودا عند الرومان والإغريق ، ومن أهم مزايا الأرقام العربية التي دخلت أوروبا تحت هذا الاسم أنها تقوم على النظام العشري وعلى أساس القيم الوضعية بحيث يكون للرقم قيمتان قيمة في نفسه وقيمة بالنسبة للمكان الذي يوضع فيه بالإضافة إلى ما للصفر من أهمية كبرى في الترقيم واستعماله في المواضع الخالية من الأرقام ويقول الخوارزمي في ذلك (في عمليات الطرح ان لم يكن هناك باق نضع صفرا ولا نترك المكان خاليا حتى لا يحدث لبس بين مرتبة الآحاد ومرتبة العشرات.

إن هذا النظام العددي الذي توصل إليه العقل البشري بعد قرون طويلة من الكفاح المستمر يعتبر من المخترعات الأساسية والابتكارات الرئيسية التي لا تحصى فوائدها ، فلم تنحصر مزاياه في تسهيل الترقيم وحده بل تعدى ذلك إلى تسهيل جميع أعمال الحساب ولولاه لا يحتاج المرء الى استعمال الطرق العويصة والصعبة لإجراء العمليات الأربع التي كانت تتطلب جهدا كبيرا ووقتا طويلا لإجرائها. ولم يقتصر الخوارزمي على تعليم الغرب كتابة الأعداد والحساب بل تخطى تلك المرحلة الى المعقد من مشاكل الرياضيات وبذلك تحقق النصر على الطريقة الحسابية القديمة المعروفة باسم (أباكوس) وانتشرت الأرقام العربية التسعة يتقدمها الصفر في كل أنحاء أوروبا.

ومن المؤسف أن ذاكرة التاريخ ضعيفة فانه لم يأت القرن الثالث عشر الميلادي حتى نسي الناس وجهلوا أصل كلمة (الجوارزمس) وراح الباحثون في ذلك العصر يجهدون أذهانهم في البحث عن أصل تلك الكلمة ويطرقون أبواب الحضارات

والعلوم القديمة بحثا عن أصلها ولا يتطرق لذهن أحد منهم أن يبحث عنها العرب فيقول أحدهم ان كلمة (الجوارزمس) تتكون من مقطعين غريب وملاحظة فيكون معنى الكلمة ملاحظة الغريب من الأشياء ، ويقول آخر : إنها تتكون من كلمتين الأولى إغريقية والثانية اصطلاح فيكون المعنى الاصطلاحات الإغريقية ويأتي ثالث فيقول ان المقطعين كلمتان يونانيتان بمعنى الرمل الأبيض ويقول آخر أصل الكلمة بمعنى الفن والكلمة الثانية تعني العدد فيكون المعنى (فن الأعداد) ويمس أحدهم الحقيقة من بعيد فيقول إن الكلمة تتكون من ال وهي للتعريف بالعربية وبقية الكلمة تعني العدد بالإغريقي أما الحرف جي الزائد فلا يأبه له . وبقي الأمر كذلك حتى تعرف الفرنسي رينو (1) على اسم الخوارزمي كأصل للكلمة (الجوارزمس) فوضع بذلك الحل الصحيح للمشكلة التي اختلفت فيها الآراء طويلا.

إن العقل العربي الدقيق في تفكيره ، السريع في استيعابه للمسائل كان أول من ألقى على علم الرياضيات وضوحا ناصعا كوضوح الشمس بعد أن صاغه الهند في قالب شعري ضبابي غامض فالخوارزمي هو أول من طور فن الحساب وجعل منه علما صالحا للاستعمال اليومي وفي خدمة بقية العلوم بعد أن توسع فيه ونظمه وبذلك أصبح العرب لا الهنود ولا الإغريق هم معلمي الرياضيات في عصر النهضة الأوربية وكانت طريقة العربي أن ينشد الحقيقة بكل استقامة وبساطة وان يجلوها بكل وضوح وتدقيق غير مغفل منها شيئا في ظل الابهام والتعتيم وبهذه الروح الهادفة الى الحقيقة والنور استطاع الخوارزمي أن يحيط بكل ما تفريق من أبحاث السلف ليصوغها علما متكاملا أسماه (علم الجبر) كما استطاع أن يضيف اليه ابحاثا جديدة على غاية من الأهمية . جمعها وصنفها في كتابه الشهيرالجبر والمقابلة (شكل 6 – 1).



شكل(6 – 1) كتاب المختصر في حساب الجبر و المقابلة للخوارزمي

(6 – 3 – 2) ثابت بن قرة:

ثابت بن قرة بن مروان بن ثابت بن إبراهيم بن كرّايا بن مارنيوس بن سلامانس، وفي رواية أخرى أن اسمه: "ثابت بن قرة بن مروان بن قيورا بن مارينون بن سلومون الحراني" ويعرف بالحراني، وكنيته أبو الحسن، الرياضي، الطبيب، عالم الطبيعة، الفلكي، الموسيقي، المترجم، ولد بمدينة حران فى عام 211 ه (827 م) على نهر البليخ أحد روافد نهر الفرات وتوفى عام 288هـ (900 م). وكان التعليم الأولي في حران منذ الفتح الإسلامي بالمساجد والمدارس (الكتاتيب)، وكانت اللغة

العربية لغة التعليم في المراحل الأولى، ودخل ثابت هذه المدارس، وتعلم بها اللغة، والشعر، والفقه، والحديث، وعلوم القرآن الكريم. وعندما أتم ثابت الخامسة عشرة من عمره، التحق بحلقات العلم في المسجد الجامع بحران – معبد شارا سابقاً – ليتلقى تعليمه العالي على أيدي الأساتذة باللغتين السريانية واليونانية إلى جانب اللغة العربية، وتلقى بحلقات هذا المسجد دروس الفلسفة والرياضيات والفلك والمنطق والطب بهذه اللغات الثلاث، ودرس الكتب المعتمدة في العلوم البحتة، وهي كتب: أرسطو، وأفلاطون، وإقليدس، و جالينوس. وقد تدرب ثابت على أيدي أساتذته بالمسجد الجامع على قراءة النصوص اليونانية والسريانية قراءة سليمة بلغة واضحة، وعلى التأكد من صحة نسبة هذه النصوص وعدم انتحالها، ثم تدرب على شرح النص والتعليق عليه بالاشتراك مع زملائه من الطلاب، ثم تدرب على نقل النصوص من السريانية أو اليونانية إلى العربية، في عمل جماعي مشترك. كانوا ينقلون فيه المعنى بحرية، ثم يصوغونه بألفاظهم الخاصة. وحين يصعب عليهم إيجاد لفظة عربية مقابلة للفظ اليوناني أو السرياني كان الأساتذة يسمحون لهم بإبقائه بلغته الأصلية إلى أن يجدوا له مشتقا يتناسب مع المعنى الجديد في اللغة العربية. كذلك تدرب ثابت على تنمية ملكة الحفظ عنده فهي عماد التعليم في ذلك الحين، فكان يحفظ الجوامع والملخصات التي وضعها المعلمون، ويقدم لها مع زملائه من الطلاب شروحا قد لا تكون هي شروح معلمي المسجد الجامع، الحريصين على إتاحة حرية البحث والتفكير لطلاب مرحلة الدراسة العليا.

وبرز ثابت بين أقرانه في المسجد الجامع الكبير، وتميز بعقليته الموسوعية في الفلسفة والرياضيات خاصة. وأجيز ثابت في العلم والتدريس، فصار له الحق في كشف أسرار العلم، وتفسير كتب أرسطو وأفلاطون وإقليدس وغيرهم. وتصدر ثابت للتدريس بالمسجد الجامع الكبير وهو في العشرين من عمره عام 230هـ – 844م وذاعت شهرته في ديار مضر شمالي الجزيرة (أرض الشمال بين نهري دجلة والفرات). ومن الكتب التي درّسها ثابت بن قرة بالمسجد الجامع كتاب " المخروطات "

لأبولونيوس الصوري، وكتاب "الإيقاع الهرموني" لأرستكسينوس (عاش حوالي 350 ق.م).

ومن الكتب التي درّسها ثابت بالمسجد الجامع الكبير في الطب كتب "جالينوس البرغامي" (عاش بين عامي 130 – 202 ق.م)، وكان ثابت يسميه الحكيم الفاضل، كما كان يعتمد حكمة أبقراط القائلة: "إن حفظ الصحة في دفع المرض بما يضاده". ومن الكتب التي درّسها ثابت في معهد المسجد الجامع كتب الفلسفة اليونانية، وبخاصة كتب أرسطو وأفلاطون وسقراط. وقد اتخذ ثابت في الفلسفة موقفا لم يرضَ عنه زملاؤه من الأساتذة. فقد أعلى ثابت من شأن الحرية العقلية، ومن هنا بدأ الخلاف بينه وبينهم، وقد استعْدَوا عليه السلطات العباسية الحاكمة في حران، ومع أن أكثر شباب حران العلماء كانوا مع ثابت، فقد زاد عليه ضغط الحياة، وقلت مساحة حريته في تدريسه بالمسجد الجامع، فاضطر ثابت بعد أربع سنوات أو خمس من قيامه بمهمة التدريس إلى الهرب إلى قرية "كفر توثا"، وهي قرية كبيرة تقع بين مدينتي رأس العين في الشرق وحران في الغرب بأرض الجزيرة. وكان ثابت قد عمل بحران أرصادا لكتب بطليموس الفلكية، وترجم بعضها معتمدا على النصوص السريانية واليونانية، وشرح كتاب "الأصول" لإقليدس، وهو كتاب في الهندسة، ثم شرع في ترجمته، وتصدى للبرهنة على مسلمة إقليدس، وحاول تحويلها إلى نظرية "الخطين المتوازيين" في كتاب بعنوان :البرهان على أن الخطين المتوازيين إذا ضُبطا على أقل من متوازيين مستقيمين التحما معا.

وفي عام 234هـ – 848م غادر ثابت كفر توثا إلى مدينة الرقة ، وأنشأ بها ما يشبه أن يكون مدرسة عليا لتعليم الفلسفة والفلك والطب، وانتسب إلى هذه المدرسة أبناء الطوائف :الحرانية، المسيحية، اليهودية. وكان من تلاميذه الحرانيين: ابناه: سنان وإبراهيم، وابن أخته البتاني ، وبنو الصباح الحرانية: محمد وإبراهيم والحسين وكانوا من حُذاق المترجمين وعلماء الهندسة، وقرة بن قُميطا، وأبو روح

الصابئ، وإبراهيم بن زهرون قريب ثابت بن قرة، وأسيد بن عيسى وقد لحق بثابت فيما بعد ببغداد وساعده في الترجمة، وأيوب بن قاسم الرقيّ، وعثمان ابن عنبسة وقد صارا فيما بعد مترجمين مشهورين ببغداد، وكان من تلاميذه أبو الثناء الذي نبغ في الفلسفة والطب .

وحين ذاع صيت ثابت بن قرة في أرض الجزيرة، سعى إليه أولاد بني موسى ليترجم لهم في بغداد الكتب، ويصحح بعض ما كان تُرجم منها، ويصلح لهم أرصادهم بمرصد الشماسية ويشرح لهم الغامض من علم الحيل وعلوم الهندسة الأخرى. التقى محمد بن موسى بن شاكر أكبر أبناء بني شاكر بثابت بن قرة في الرقة، وأخذه محمد معه إلى بلاد الروم البيزنطيين لجلب الكتب اليونانية، ثم أخذه معه إلى بغداد عام 251هـ – 865م في عهد الخليفة المستعين بالله. وفي بغداد صار ثابت صديقا للوزير "ابن بلبل"، وكان الخليفة المعتمد (256 – 279هـ / 869 – 892م) قد غضب على أخيه "المعتضد بالله" وحبسه عند ابن بلبل، وكان ثابت يزوره في منزله ثلاث مرات يوميا، وأصبح ثابت صديقا للمعتضد وحين خرج المعتضد وتولى الخلافة عام 279هـ – 892م طلب ثابتا، وأدخله في جملة الفلكيين ببلاط الخلافة، وكان ثابت قد أصبح عالما موسوعيا صاحب فصاحة، بارعا في الترجمة، وفي تصنيف الكتب بالعربية والسريانية، ولأنه كان مبجلا عند المعتضد علت بفضله مكانة الحرانيين في أرض الجزيرة، فاستقرت أحوالهم بحضرة الخلفاء في حياة ثابت وبعدها. واعتاد المعتضد أن يسأل ثابتا أسئلة بحضور معلمه العالم الفيلسوف النابه السرخسي فيجيب عنها ثابت بأجوبة كانت تنال إعجاب المعتضد ومعلمه وجلسائه. وقد جمع ثابت تلك الأجوبة وصنع منها كتابا مؤلفا من جزأين في نحو مائتي ورقة وأسماه :إجابة في أمر الزمان. وفي عام 283هـ – 895م سأل المعتضد منجميه عن حال السنة القادمة 284هـ – 896م فقالوا كلهم إنها سنة ممطرة وستغرق بغداد ويهلك خلق كثير، وعارضهم ثابت بحساباته الفلكية وخالفهم في الرأي، وحدث ما توقعه ثابت فلم تسقط الأمطار من بداية السنة إلى

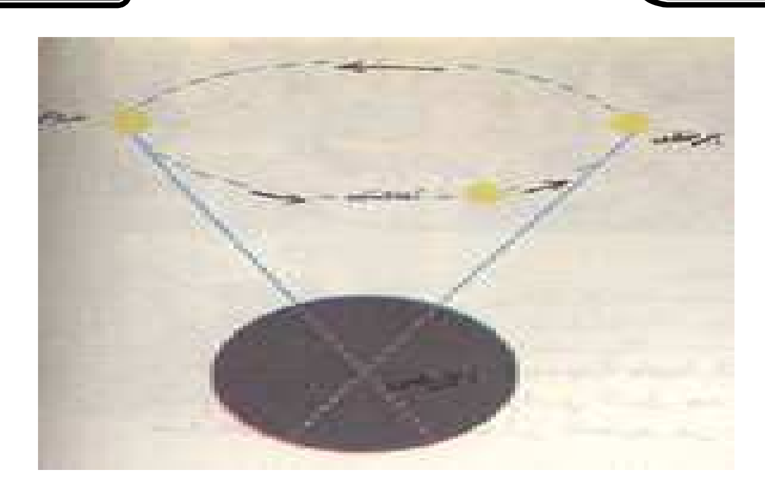
خاتمتها بل إن الينابيع قد جفت، واعترى المنجمين الخجل والخزي وقد سأل المعتضد ثابتا أن يضع كتابا في الأنواء فوضع ثابت هذا الكتاب ولخص فيه خبرة الحرانية بالأنواء. وفي ظل المعتضد نَعِم ثابت بن قرة بحياة طيبة، فقد أقطعه المعتضد ضياعا تدر عليه عائدا كل عام. وفي بغداد بلغ ثابت منزلة عالية فصار رئيسا للفلكيين ورئيسا للأطباء في بيمارستانات بغداد. وأصلح ثابت بن قرة ترجمات بني شاكر وترجمة حنين بن إسحاق للمجسطي إصلاحا قضى به حق إسحق عليه في صحبته. ارتبط ثابت بالعالم الفلكي سند بن علي ، وقد أرسل له سند بن علي بعض الأسئلة الهندسية، فكتب ثابت أجوبتها، واعترافا منه بفضل الوزير إسماعيل ابن بلبل أهداه كتابا بعنوان الشكل الملقب بالقطاع وهو مقال في الهندسة. ورد ثابت بن قرة في أواخر حياته بالسريانية على الكندي في رأيه في "السكون بين حركتي الشريان" وأومأ في رده الطبي بتغليط الكندي، وقد نقل هذا الكتاب إلى العربية "عيسى بن أسيد". وكان من أصدقاء ثابت بن قرة الشاعر والنديم" علي بن يحيى المنجم"، وقد ألف له ثابت كتابا ضمنه أبوابا من علم الموسيقى والغناء العربي، وشرح فيه علم الألحان طبقا للعلم الرياضي اليوناني وهو كتاب :شرح السماع الطبيعي . وفي بغداد عاش ثابت ثلاثا وثلاثين سنة من عمره الذي بلغ سبعا وسبعين سنة، وترك وراءه أسرة من العلماء من أولاده وأحفاده. وقد ترجم ثابت بن قرة كتاب إقليدس "الأصول" أو "الأركان"، وبه خمس عشرة مقالة. وهذا الكتاب هو مبدأ العلوم الهندسية على الإطلاق. وكذلك ترجم ثابت خمسة عشر شكلا مأخوذا من مأخوذات أرشميدس، كما ترجم كتاب المخروطات لأبولونيوس، وترجم مقالة جالينوس في تشريف صناعة الطب .وترجم ثابت كتاب المجسطي لبطليموس وهو كتاب في علم الفلك. كما ترجم ثابت كتاب المسبع المنتظم لأرشميدس ، وظلت النسخة الإغريقية لهذا الكتاب مفقودة إلى أن عثر "كارل شوي" على مخطوط ترجمة ثابت بن قرة العربية في القاهرة. وكشف النقاب عنها للعالم الغربي، وتمت ترجمتها إلي اللغة الألمانية عام 1348هـ – 1929م . وإلى ثابت بن قرة يعزى الفضل في نقل أعمال علماء الإغريق من أمثال: إقليدس،

أرشميدس، بطليموس، أبولونيوس، أوتوسيوس من اليونانية إلى العربية، ولولا جهوده الفذة في الترجمة لكان عدد الأعمال الرياضية الإغريقية المعروفة لدينا اليوم أقل، ولقد استوعب ثابت بن قرة محتويات أمهات الكتب التي ترجمها إلى الحد الذي مكنه من اقتراح تعديلات وتعميمات لها.. ولاشك أن ثابتا يعد أبا لعلماء الرياضيات المسلمين الذين جاءوا بعد القرن الثالث الهجري(التاسع الميلادي)، وأنه عبقري الرياضة والرياضيين في القرن الذي عاش فيه، فثابت بن قرة له إنجازات في الهندسة النظرية التحليلية و حساب التفاضل والتكامل ويعد من أعظم عل ماء الميكانيكا النظرية في الحضارة الإسلامية. وقد اقتبس عنه بعض العلماء العرب ومنهم :البوزجاني ،و أبو النصر ابن عراق ،و الطوسي بما ذكره في حساب المثلثات. توصل ثابت في كتبه إلى حلول هندسية لإيجاد مركز الثقل لأشكال هندسية مختلفة، مربعا كان هذا الشكل أو مثلثا أو شكلا منحرفا أو دائرة. وحل مسائل في إيجاد الحجم والمساحات بطرق شتى. وقد مهد ثابت الطريق لحساب التفاضل والتكامل بإيجاد حجم الجسم المتولد من دوران القطع المكافئ حول محوره. ووضع مفروضات مسائل هندسية وقدم حلولا لها. ووضع كتابا برهن فيه على قانون يقول: إن الخطين المستقيمين إذا خرجا على أقل من زاويتين قائمتين التقيا في جهة خروجهما) برهان مصادرة إقليدس الشهيرة في كتابه: "الأصول".

كما اشتغل ثابت بن قرة بالأعداد المتحابة في كتابه :الأعداد المتحابة، وقد توصل فيه إلى إيجاد صيغة مبتكرة للأعداد المتحابة ووضع معادلة لها وبرهن عليها. كما كان أحد الرياضيين العرب الأفذاذ الذين بذلوا محاولات لحل معادلات الدرجة الثالثة بالطرق الهندسية، شأنه في ذلك شأن : الماهاني ، و الخازن، و ابن الهيثم، و عمر الخيام. وتوصل ثابت بن قرة إلى تعميم نظرية فيثاغورث بتطبيق الحساب والجبر في الهندسة، وبالعكس عند حل المسائل الجبرية بالطرق الهندسية. واشتغل ثابت بن قرة بالهندسة التحليلية النظرية وله ابتكارات سبق بها ديكارت (1005 – 1061هـ / 16501596 – م) . وقد وضع فيها كتابا بين فيه

علاقة الجبر بالهندسة والهندسة بالجبر وكيفية الجمع بينهما. وأعطى ثابت بن قرة المعادلات التكعيبية بطرق هندسية بواسطة قطاع المخروط، وقد استعان بها علماء الغرب في بحوثهم الرياضية في القرن العاشر الهجري – القرن السادس عشر الميلادي، مثل: كارادان وغيره من كبار الرياضيين الغربيين. وكان ثابت أول من كتب في المربعات السحرية ، والحساب الهوائي.

كتب ثابت بن قرة رسالة في النسبة المؤلفة. واستعمل ثابت في تلك الرسالة مصطلح الجيب الهندسي بدلا من وتر ضعف القوس الذي كان يستعمله علماء اليونان، وكان لهذا الاستعمال أهمية كبيرة في تسهيل حلول الأعمال الرياضية. وكان ثابت بن قرة من رواد علماء الفلك العرب الذين ترجمت مؤلفاتهم إلى اللغة اللاتينية خاصة. وكانت مرجعا للأوربيين حتى أواخر العصور الحديثة. ومن أوائل أعمال ثابت تأليفه لكتاب عن المزولة الشمسية التي تستخدم من قديم في قياس الزمن. خصوصا لتحديد وقت الصلاة وفيها يبين طول الظل الممدود من عمود شاخص طوال ساعات النهار في كل مكان. وتكون الشمس في الزوال (منتصف النهار) عندما يصل إلى أقل قيمة له. ولا يكون طول الظل صفرا إلا في حالة التعامد عندما تكون الشمس فوق الرءوس تماما. ولا تتوفر هذه الحالة إلا بين خطي عرض 33. 5 شمالا وجنوبا. وقد توصل ثابت بن قرة إلى معرفة خطوط العرض ليلا بقياس ارتفاع النجم القطبي، وقد وجد أن الدرجة القوسية =56ميلا. وقد قام ثابت بأرصاد حساب في مرصد الشماسية ببغداد، وأجملها في كتاب بين فيه مذاهبه في سنة الشمس وما أدركه بالرصد في مواضع ارتفاعها. واستخرج حركة الشمس حول الأرض على مدار الفصول، وحسب طول السنة النجمية، فكانت أكثر من الحقيقة بنصف ثانية. وحسب ميل دائرة البروج، وقال بحركتين: مستقيمة ومتقهقرة لنقطتي الاعتدال . كما اكتشف وهو بمرصد الشماسية الظاهرة الفلكية المعروفة باسم: "هزة الاعتدالين شكل (6 – 2)".



شكل$(6-2)$ ترنح الاعتدالين عند ثابت بن قرة

وقد فسر ثابت بن قرة هذه الظاهرة بأن محور دوران الأرض يهتز أو يترنح كما تترنح النحلة، وهي تقف وتدور حول محورها، فتروح متمايلة هنا وهناك. وقال بأن ترنح محور الأرض له دورة كاملة تستغرق نحوا من ست وعشرين ألف سنة، بمعنى أن المحور لا يشير دائما إلى النجم القطبي. وقد أكد صحة ذلك الفلكيون في العصر الحديث .

وقد أحصى مؤرخو العلوم والعلماء في موسوعاتهم لثابت بن قرة مائة وثمانين كتابا في علوم: الرياضة، والطب، والطبيعة، والفلسفة، والفلك، والأخلاق، وقد فقد أكثر هذه الكتب في الأحداث الدامية التي أصابت العالمين العربي والإسلامي قبيل عصر النهضة الأوربية الحديثة .

له في الرياضيات كتب أهمها: أشكال الخطوط التي يمر عليها ظل القياس، وأشكال القطاع، واستخراج مسائل الهندسة، وأشكال المجسطي، والأعداد المتحابة، وآلة الزمر، والنسبة المؤلفة، والمفروضات، وقد وضع به مسائل رياضية. ويصر فريق من مؤرخي العلوم على أن ثابت بن قرة عالم رياضة بالدرجة الأولى

لأهمية كتبه الرياضية وخاصة بكتابيه: مدخل لكتاب إقليدس والنسبة المؤلفة ولتمهيده لعلم حساب التفاضل والتكامل.

(6 – 3 – 3) الفرغاني:

أبو العباس أحمد بن محمد بن كثير الفرغاني، رياضي وفلكي اشتهر في القرن الثالث الهجري (التاسع الميلادي). ولد في فرغان (كان حياً 240هـ – 861م) من بلاد ما وراء النهر، ثم انتقل إلى بغداد فأقام فيها. كما درس الفرغاني علوم الرياضيات والفلك حتى برع فيها، ونال حظوة عند الخليفة العباسي المأمون فكان من المقربين عنده لعلمه وخلقه ونزاهته. وقد أسند المأمون إليه دراسات كثيرة تتعلق بعلم الهيئة فقام بها على أحسن وجه كما عينه رئيسا لمرصد الشماسية في بغداد الذي يعتبر أول مرصد في الإسلام. وفي مرصد الشماسية عكف الفرغاني على دراسة علم تسطيح الكرة عن قرب فكان له آراء ونظريات أصيلة. وعندما قرر المأمون التحقق من قيمة محيط الأرض التي ذكرها القدماء اليونانيون، كان الفرغاني ضمن الفريق الذي خرج إلى صحراء سنجار مع بني موسى بن شاكر، وكانت القياسات التي توصلوا إليها في غاية الدقة. وفي عهد المتوكل كلف بنو موسى الفرغاني بإنشاء قناة الجعفري، إلا أنه قد ارتكب خطأ كبيرا في أخذ مناسيب القناة بحيث إنها لم تكن لتمتلئ بالماء إلى العمق المطلوب. كذلك قام الفرغاني بتطوير المزولة وعمل عدة تطويرات لآلة الأسطرلاب الذي استخدمه في قياس المسافات بين الكواكب وإيجاد القيمة العددية لحجومها. ولقد حدد الفرغاني أقطار بعض الكواكب مقارنة مع قطر الأرض فذكر أن حجم القمر (1 / 39) من حجم الأرض، والشمس 166 ضعفا) للأرض، والمريخ (8 / 15) من حجم الأرض، والمشتري (95 ضعفا) للأرض، وزحل (90) ضعفا) للأرض. وهي قياسات تختلف قليلا عما توصل إليه العلم الحديث. ولقد بقيت قياسات الفرغاني مستخدمة في

جميع بقاع العالم حتى القرن التاسع الهجري / الخامس عشر الميلادي. كما اعتمد علماء العرب والمسلمين في علم الفلك على نتائج الفرغاني .

ولقد ترك أبو العباس الفرغاني آثارا خالدة في مجال علم الفلك من أهمها :مختصر لكتاب المجسطي لبطليموس وقد نال هذا الكتاب شهرة كبيرة وترجم إلى اللغة اللاتينية. وكتاب الكامل ووضع فيه آراء في علم تسطيح الكرة. وكتاب الأسطرلاب ذكر فيه تعديلاته في آلة الأسطرلاب.

(6 – 3 – 4) البتاني:

هو أبو عبد الله محمد بن جابر بن سنان البتاني ، رياضي وفلكي اشتهر في القرن الرابع الهجري (العاشر الميلادي) ، وعرف بلقب (بطليموس العرب). ولد في بتان من نواحي حران على نهر البلخ، أحد روافد نهر الفرات. عاش ما بين (235 – 317هـ) (850 – 929م). درس البتاني سر عظمة الله والعلاقة القائمة بين السموات والأرض، وسخر علمه لمعرفة الله تبارك وتعالى. فتنقل بين الرقة على نهر الفرات وأنطاكية من بلاد الشام وأنشأ مرصدا عرف باسمه. وكان يلقب بالرقي، نسبة إلى الرقة التي أقام فيها وعمل عدة أرصاد هناك. وقد استخدم آلات كبيرة جدا لم يسبق استخدامها من قبل، ذلك لتقليل الخطأ المحتمل. قام البتاني بحساب مواعيد كسوف الشمس وخسوف القمر بقدر كبير من الدقة. وحقق مواقع كثير من النجوم ، وصحح بعض حركات القمر والكواكب السيارة، وصحح بطليموس في إثبات الأوج الطولي للشمس فجاءت تزيد بمقدار 16 درجة و 47 دقيقة عن التقديرات المعترف بها في عصرنا الحاضر. وكان أول من توصل إلى تصحيح طول السنة الشمسية، وقدرها بـ365 يوما و 5 ساعات و 46 دقيقة، 32 ثانية، بينما القيمة الحقيقية التي توصل إليها العلماء المعاصرون بواسطة التلسكوب هي 365 يوما و 5 ساعات و 48 دقيقة و 46 ثانية، أي بفارق دقيقتين و14 ثانية. كما قام البتاني بتعيين ميل البروج عن فلك معدل النهار (أي ميل

محور الأرض في دورانها حول نفسها بالنسبة لدورانها حول الشمس والذي يسمى حاليا بالانحراف). وقد توصل البتاني إلى أن معادلة الزمن تتغير تغيرا بطيئا على مر الأجيال. وقد أثبت على عكس ما ذهب إليه بطليموس تغير القطر الزاوي الظاهري للشمس، واحتمال حدوث الكسوف الحلقي. واستنبط نظرية جديدة كشف فيها عن شيء كثير من الحذق وسعة الحيلة لبيان الأحوال التي يرى بها القمر عند ولادته. كما صحح عمل بطليموس في تقدير الاعتدالين الصيفي والشتائي.

ويعد البتاني أول من سخر حساب المثلثات لخدمة الفلك، فكان أسبق العلماء إلى بالاعتناء بالمثلثات الكروية عناية تامة. وركز البتاني في عمله على المثلث الكروي وخواصه. واستخدم جيب الزاوية الذي استنتجه من فكرة الأوتار التي كانت مستعملة عند اليونانيين، كما ابتكر مفاهيم جيب التمام، والظل، وظل التمام، وألف جداول دقيقة لظل التمام للزوايا من الصفر إلى 90 درجة بمنتهى الدقة. فاستخرج ظل التمام في جداوله الخاصة بالمثلثات الكروية من المعادلة: (ظتا أ = جتا أ / جا أ). وتجاوز بذلك تطبيق القوانين والعمليات الجبرية على المعادلات المثلثية. ترك البتاني عددا من المؤلفات الهامة معظمها في علم الفلك منها رسالة في عمليات التنجيم الدقيقة، وكتاب عن دائرة البروج والقبة الشمسية ، ومختصر لكتب بطليموس الفلكية، وشرح المقالات الأربع لبطليموس، ورسالة في مقدار الاتصالات الفكلية، ورسالة في تحقيق أقدار الاتصالات، وكتاب في معرفة مطالع البروج فيما بين أرباع الفلك، وكتاب تعديل الكواكب، وكتاب في علم الفلك، ومخطوطة عن علم الزودياك. ولكن أهم مؤلفات البتاني هو الزيج الصابئ وهو عبارة عن عمليات حسابية وقوانين عددية، وجداول فلكية.

(6 – 3 – 5) ابن الهيثم:

هو الحسن أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، وهو من أعظم علماء الرياضيات والفيزياء ومؤسس علم البصريات وطبيب وفيلسوف اشتهر في القرن الرابع الهجري (العاشر الميلادي). ولد في البصرة عام 354هـ(965م) وعاش فيها حياته الأولى حيث اهتم بتحصيل العلم، والإلمام بما وصلت إليه الفلسفة والعلوم التعليمية بل والعلوم الطبية أيضا في عصره . وعندما شب ابن الهيثم اشتغل كموظف في الديوان الحكومي، إلا أنه لم يعكف على مواصلة البحث والدراسة، فكان يقرأ الفلسفة ويشرح ويلخص ويختصر فيها من كتب اليونان ما أحاط فكره بتصوره وصنف في ذلك فروعا كثيرة. كما درس التشريح ولخص من كتب جالينوس في الطب وبلغ في ذلك مكانة عالية ولاسيما في تشريح العين، ولكنه لم يباشرها عملا ولم يتدرب على فنون المداواة والجراحة. وكان في جميع ذلك قد خط منهجا ذكر فيه: " وأنا ما دامت لي الحياة باذل جهدي ومستفرغ قوتي في مثل ذلك متوخيا منه أمورا ثلاثة: أحدها إفادة من يطلب الحق ويؤثره في حياتي وبعد مماتي، والثاني أني جعلت ذلك ارتباطا لي بهذه الأمور في إثبات ما تصوره وأتقنه فكري من تلك العلوم، والثالث أني صيرته ذخيرة وعدة لزمان الشيخوخة وأوان الهرم ".

عكف ابن الهيثم على الدراسة والبحث، إلى أن بلغه أن النيل في مصر ينحدر من موضع عال هو في طرف الإقليم المصري، فقال "لو كنت بمصر لعملت في نيلها عملا يحصل به النفع في كل حالة من حالاته من زيادة ونقص". فبلغ الحاكم بأمر الله كلام ابن الهيثم هذه فتشوق إلى رؤيته، فأرسل إليه أموالا وهدايا ورغبه في الحضور إلى مصر، فلبى ابن الهيثم ذلك وترك وظيفته الحكومية على الفور. سافر ابن الهيثم إلى مصر، فلما بلغها خرج الحاكم بأمر الله للقائه وقابله بقرية على باب القاهرة اسمها الخندق فأكرمه الحاكم وأمر بحسن ضيافته. فأقام ابن

الهيثم في الضيافة الملكية بضعة أيام حتى يستريح من عناء السفر، ثم طالبه الحاكم بإنجاز ما وعد به من أمر النيل. سافر ابن الهيثم ومعه جماعة من الصناع المحترفين لأعمال البناء، وأهل فن العمارة ليستعين بهم على هندسته التي خطرت له. ولما سار إلى الإقليم بطوله ورأى آثار من تقدم من ساكنيه من الأمم الخالية وهي على غاية من إحكام الصنعة وجودة الهندسة تحقق له أن الذي كان يقصده ليس بممكن فإن من تقدمه في العصور الخالية لم يبعد عن عقولهم علم ما علمه، ولو أمكن لفعلوه فانكسرت همته ووقف خاطره ووصل إلى الموضع المعروف بالجنادل قبل مدينة أسوان وهو موضع مرتفع ينحدر منه ماء النيل فعاينه وباشره واختبره من جانبيه فوجد أمره لا يسير على موافقة مراده وتحقق الخطأ والغلبة عما وعد به وعاد خجلا، واعتذر للحاكم بأمر الله فقبل الحاكم عذره وولاه ديوانا فتولاه رهبة لا رغبة. تولى ابن الهيثم الوظيفة بالديوان المصري إلى أن تحقق له الغلط في تلك الولاية. وكان الحاكم متقلب المزاج سفاكا للدماء بأضعف سبب، فأعمل ابن الهيثم فكره في أمر يتخلص به فلم يجد طريقا إلى ذلك إلا بالتظاهر بالجنون، فتظاهر بذلك وأشاع خبره حتى بلغ الحاكم، فعين له الحاكم وصيا وحجز على أمواله لمصلحته وجعل بجانبه من يخدمه وقيدوه وتركوه في موضع من منزله. وظل ابن الهيثم على هذه الحال التعسة إلى أن بلغه وفاة الحاكم وتحقق هو من ذلك، فأظهر العقل وعاد إلى ما كان عليه وخرج من داره واستوطن دارا بالقرب من الجامع الأزهر وأعيد إليه ماله.

وقد عاش ابن الهيثم بقية حياته في القاهرة واشتغل بالتأليف والنسخ، ولكنه لم يكن في سعة من العيش، فقد كان يرتزق من نسخ كتابين أو ثلاثة كتب رياضية، منها كتاب الأصول لإقليدس في الهندسة ، وكتاب المجسطي لبطليموس في الفلك . فكان ينسخها كل عام فيأتيه من أقاصي البلاد من يشتريها منه بثمن معلوم، لا مساومة فيه ولا معاودة، فيبيعها ويجعلها مئونة حياته طول سنته. عرف ابن الهيثم بغزارة إنتاجه العلمي، وبلغت شهرته آفاق العالم الإسلامي في ذلك

الوقت، وكانت شهرته لا كعالم رياضي فحسب بل كمهندس له في الفنون الهندسية آراء. كما طرق الفلسفة والمنطق والطب والفلك واستحدث فيها آراء جديدة من الفكر العلمي توجها بعلم البصريات. ولعل أهم ما يشتهر به ابن الهيثم إنجازاته في البصريات هو أنه أول من وصف أجزاء العين وعملية الرؤية فيها بشكل دقيق وسليم علميا وأبطل الرأي الإغريقي السائد آنذاك بأن الرؤية تتم بخروج شعاع من العين وسقوطه على الأشياء التي تتم رؤيتها، وكان وراء هذا الرأي بطليموس وإقليدس (شكل 6 – 3).



شكل(6 – 3) صورة لتشريح العين.

فبين ابن الهيثم أن المنشور الضوئي يمر من الأشياء إلى العين خلال القرنية وفتحة القزحية وأجزاء العين الأخرى ليصل إلى الشبكية. كما درس نفاذ الضوء من الأوساط المختلفة فاكتشف قوانين انكسار الضوء وانعكاسه، والعلاقة بين زاوية سقوط الضوء وانكساره، وصاحب أول التجارب العلمية على تحلل الضوء إلى ألوانه المعروفة بألوان الطيف . وناقش من الموضوعات طبيعة الضوء، و قوس قزح ، والظلال و الخسوف . كما درس المرايا بأنواعها الكروية والمكافئة والانحراف

الكروي. وقدم في دراسته ما عرف في الغرب باسم مسألة الهازن والتي تقوم على معادلات رياضية من الدرجة الرابعة. وفي مجال الطبيعيات بحث ابن الهيثم نظريات التجاذب بين الكتل، وتسارع الأجسام الساقطة بفعل الجاذبية . وفي الميكانيكا أشار ابن الهيثم إلى القانون الأول للحركة القائل بأن الجسم يظل على حالته ما لم تؤثر عليه قوة خارجية توقفه أو تغير اتجاهه.

ترك ابن الهيثم مؤلفات عديدة في شتى المجالات. أما أهم مؤلفاته فهي في مجال الرياضيات والفلك والبصريات والطب والتشريح. من أشهرها كتاب المناظر الذي يتضمن آراء مبتكرة جريئة في علم الضوء، وهو في سبعة أجزاء. وهو من أهم كتبه على الإطلاق. ورسالة مصادرات أوقليدس، ورسالة حل شكوك أوقليدس، ورسالة مساحة المجسم المكافئ العدد والمجسم، ورسالة مقدمة ضلع المسبع ، ورسالة تربيع الدائرة، ورسالة استخراج أضلع المكعب ، ورسالة علل الحساب الهندي ، ورسالة التحليل والتركيب، ورسالة حساب الخطأين. وكتاب الشكوك على بطليموس، ومقالة المرايا المحرقة بالدوائر ، ومقالة المرايا المحرقة بالقطوع ، ومقالة الكرة المحرقة ، ومقالة كيفية الأظلال، ومقالة عمل البنكام .كما ألف في الطب كتابين أحدهما في تقويم الصناعة الطبية ضمنه ثلاثين كتابا قرأها لجالينوس، ورسالة في تشريح العين وكيفية الإبصار.

(6 – 3 – 6) البيروني:



استقبلت إحدى قرى مدينة "كاث" عاصمة خوارزم مولودًا ميمونًا هو أبو الريحان محمد بن أحمد الخوارزمي المعروف بالبيروني في 2 من ذي الحجة 362هـ (4 من سبتمبر 973م)، والبيرون كلمة فارسية الأصل تعني "ظاهر" أو خارج. ويفسر السمعاني في كتابه "الأنساب" سبب تسمية أبي الريحان بهذه النسبة

بقوله: "ومن المحتمل أن تكون عائلة أبي الريحان من المشتغلين بالتجارة خارج المدينة، حيث بعض التجار كانوا يعيشون خارج أسوار المدينة للتخلص من مكوس دخول البضائع إلى داخل مدينة كاث". ولا أحد يعرف تفاصيل عن حياة البيروني في طفولته، وإن كان لا يختلف في نشأته عن كثير من أطفال المسلمين، حيث يُدفعون إلى من يعلمهم مبادئ القراءة والكتابة، وحفظ القرآن الكريم، ودراسة شيء من الفقه والحديث وهو ما تستقيم به حياتهم. ويبدو أنه مال منذ وقت مبكر إلى دراسة الرياضيات والفلك والجغرافيا، وشغف بتعلم اللغات، فكان يتقن الفارسية والعربية، والسريانية، واليونانية، وتلقى العلم على يد أبي نصر منصور بن علي بن عراق، أحد أمراء أسرة بني عراق الحاكمة لخوارزم، وكان عالمًا مشهورًا في الرياضيات والفلك.

و كان البيروني عالمًا فذا، متعدد الجوانب، غزير الإنتاج، عظيم الموهبة عميق الفكر، فهو مؤرخ محقق وجغرافي مدقق، وفلكي نابه، ورياضي أصيل، وفيزيائي راسخ، ومترجم متمكن، بلغ من إعجاب الأوروبيين به أن قال عنه المستشرق سخاو: "إن البيروني أكبر عقلية في التاريخ"، ويصفه آخر بقوله: "من المستحيل أن يكتمل أي بحث في التاريخ أو الجغرافيا دون الإشادة بأعمال هذا العالم المبدع". وبلغ من تقدير الهيئات العلمية لجهود البيروني أن أصدرت أكاديمية العلوم السوفيتية في عام 1370هـ (1950م) مجلدًا تذكاريًا عنه بمناسبة مرور ألف سنة على مولده، وكذلك فعلت الهند. وأنشأت جمهورية أوزبكستان جامعة باسم البيروني في طشقند؛ تقديرًا لمآثره العلمية، وأقيم له في المتحف الجيولوجي بجامعة موسكو تمثال يخلد ذكراه، باعتباره أحد عمالقة علماء الجيولوجيا في العالم على مر العصور، وأطلق اسمه على بعض معالم القمر. نتيجة الاضطرابات والقلاقل التي نشبت في خوارزم أجبر البيروني على مغادرتها إلى "الري" عام384هـ (994م)، وفي أثناء إقامته بها التقى بالعالم الفلكي "الخوجندي" المتوفى عام 390هـ (1000م) وأجرى معه بعض الأرصاد والبحوث، ثم عاد إلى بلاده وواصل عمله في إجراء

الأرصاد، ثم لم يلبث أن شد الرحال إلى "جُرجان" فى عام388هـ (998م) والتحق ببلاط السلطان قابوس بن شمكير، الملقب بشمس المعالي، وكان محبًّا للعلم، يحفل بلاطه بجهابذة العلم وأساطين المعرفة، وتزخر مكتبته بنفائس الكتب، وهناك التقى مع "ابن سينا" وناظَرَه، واتصل بالطبيب الفلكي المشهور أبي سهل عيسي بن يحيى المسيحي، وتتلمذ على يديه، وشاركه في بحوثه. وفي أثناء إقامته بكنف السلطان قابوس بن شمكير أنجز أول مؤلفاته الكبرى "الآثار الباقية من القرون الخالية"، وهو كتاب في التاريخ العام يتناول التواريخ والتقويم التي كانت تستخدمها العرب قبل الإسلام واليهود والروم والهنود، ويبين تواريخ الملوك من عهد آدم حتى وقته، وفيه جداول تفصيلية للأشهر الفارسية والعبرية والرومية والهندية، ويبين كيفية استخراج التواريخ بعضها من بعض.

وظل البيروني في جرجان محل تقدير وإجلال حتى أطاحت ثورة غاشمة ببلاط السلطان قابوس سنة (400 هـ= 1009م) فرجع إلى وطنه بعد غياب، واستقر في مدينة "جرجانية" التي أصبحت عاصمة للدولة الخوارزمية، والتحق بمجلس العلوم الذي أقامه أمير خوارزم مأمون بن مأمون. وكان يزامله في هذا المجمع العلمي الرئيس ابن سينا، والمؤرخ والفيلسوف ابن مسكويه. عرف أمير خوارزم قدر البيروني فأحله منزلة عالية، واتخذه مستشارًا له، وأسكنه معه في قصره، وظل في معيته سبع سنوات، واصَلَ في أثنائها بحوثه في الفلك حتى استولى السلطان محمود الغزنوني على خوارزم وضمها إلى مُلكه، فانتقل إلى بلاطه، ورحل معه إلى بلاده عام407هـ (1016م). ثم عاش البيروني في "غزنة" (كابول الآن) مشتغلا بالفلك وغيره من العلوم، ورافق السلطان محمود الغزنوي في فتوحاته الظافرة في بلاد الهند، وقد هيأ له ذلك أن يحيط بعلوم الهند، حيث عكف على دراسة لغتها، واختلط مع علمائها، ووقف على ما عندهم من العلم والمعرفة، واطلع على كتبهم في العلوم والرياضيات، ودرس جغرافية الهند من سهول ووديان وجبال وغيرها، إضافة إلى عاداتها وتقاليدها ومعتقداتها المختلفة، ودوّن ذلك كله في كتابه الكبير

"تحقيق لما للهند من مقولة مقبولة في العقل أو مرذولة". وبعد تولي السلطان مسعود بن محمود الغزنوي الحكم خلفًا لأبيه سنة (421هـ= 1030م)، قرب إليه البيروني، وألحقه بمعيته، وأحاطه بما يستحق من مكانة وتقدير، حتى إنه عندما كتب موسوعته النفيسة في علم الفلك أطلق عليها "القانون المسعودي في الحياة والنجوم" وأهداها إلى السلطان مسعود الذي أحسن مكافأته، فبعث إليه بحمل فيلٍ من القطع الفضية، غير أن البيروني اعتذر عن قبول الهدية؛ لأنه يعمل دون انتظار أجر أو مكافأة. ويعد كتاب القانون المسعودي أهم مؤلفات البيروني في علم الفلك والجغرافيا والهندسة، وهو يحتوي على إحدى عشرة مقالة، كل منها مقسم إلى أبواب. وفي المقالة الرابعة من الكتاب جمع النتائج التي توصَّل إليها علماء الفلك في الهند واليونان والمعاصرون له، ولم يطمئن هو إلى تلك النتائج لاختلافها فيما بينها؛ ولذلك قرر أن يقوم بأرصاده الخاصة بنفسه، ولم يكتف بمرة واحدة بل أربع مرات على فترات متباعدة، بدأها وهو لم يتجاوز الخامسة والعشرين، حيث قرر أن يصنع آلته الخاصة ليرصد بها أعماله الفلكية، وليضع حدا لحيرته من تضارب نتائج علماء الفلك، وقام بتعيين الجهات الأصلية وتحديد الأوقات، ومعرفة فصول السنة، ورصد حركة أوج الشمس، وهو أبعد المواقع السنوية بين الشمس والأرض، وقام بقياس طول السنة على وجه دقيق، ودرس كسوف الشمس وخسوف القمر والفرق بينهما، وفسر أسباب ظهور الفجر قبل شروق الشمس باستنامة الغلاف الجوي، وبالمثل شفق ما بعد الغروب وأوقاتهما، وشرح الأسباب التي تمنع رؤية الهلال حتى مع وجوده في الأفق، وأوضح بالطريق الهندسي الحدود النسبية بين القمر والشمس، والتي عليها تعتمد ظروف رؤية الهلال ما لم تتدخل العوامل الجوية، وأوضح الفرق بين النجوم (الكواكب الثابتة) والكواكب السيارة، وابتكر البيروني الإسطرلاب الأسطواني الذي لم يقتصر على رصد الكواكب والنجوم فقط، بل استُخدم أيضًا في تحديد أبعاد الأجسام البعيدة عن سطح الأرض وارتفاعها. كما اخترع جهازًا خاصًا يبين أوقات الصلاة بكل دقة وإتقان. وتجاوزت بحوث البيروني

مجال الفلك إلى مجالات أخرى تشمل الفيزياء والجيولوجيا والتعدين والصيدلة والرياضيات والتاريخ والحضارة.

وتشمل جهوده في الفيزياء بعض الأبحاث في الضوء، وهو يشارك الحسن بن الهيثم في القوال: بأن شعاع النور يأتي من الجسم المرئي إلى العين لا العكس، كما كان معتقداً من قبل. وورد في بعض مؤلفاته شروح وتطبيقات لبعض الظواهر التي تتعلق بضغط السوائل وتوازنها. وشرح صعود مياه الفوارات والعيون إلى أعلى، وتجمع مياه الآبار بالرشح من الجوانب، حيث يكون مأخذها من المياه القريبة إليها.

وفي مجال التعدين ابتكر البيروني جهازا مخروطيًا لقياس الوزن النوعي للفلزات والأحجار الكريمة، وهو يعد أقدم مقياس لكثافة المعادن، وقد نجح في التوصل إلى الوزن النوعي لثمانية عشر مركبًا.

وفي مجال علم الأرض وضع نظرية لاستخدام امتداد محيط الأرض، وقد أوردها في آخر كتابه "الإسطرلاب". واستعمل معادلة معروفة عند العلماء بقاعدة البيروني لحساب نصف قطر الأرض، وتضمنت بحوثه ومؤلفاته في هذا الميدان نظريات وآراء حول قدم الأرض وعمرها وما اعتراها من ثورات وبراكين وزلازل وعوامل تعرية. وله نظريات حول تكوين القشرة الأرضية، وما طرأ على اليابسة والماء من تطورات خلال الأزمنة الجيولوجية. وله بحوث في حقيقة الحفريات، وكان يرى أنها لكائنات حية عاشت في العصور القديمة. وما توصل إليه في هذا الصدد أقره علماء الجيولوجيا في عصرنا الحالي.

ويقر "سميث" في كتابه "تاريخ الرياضيات" بأن البيروني كان ألمع علماء عصره في الرياضيات، وهو من الذين بحثوا في تقسيم الزاوية إلى ثلاثة أقسام متساوية، وكان ملمًا بحساب المثلثات، وكتبه فيها تدل على أنه عرف قانون تناسب الجيوب، وقد عمل جداول رياضية للجيب والظل.

وفي علم الصيدلة ألف كتابه "الصيدنة في الطب"، وهو يُعد ذخيرةً علمية ومرجعًا وافيًا في مجال الصيدلة، وهو ينقسم إلى قسمين:

أولهما: هو ديباجة في فن الصيدلة والعلاج مع تعريفات وإيضاحات تاريخية مفيدة. وتمثل المقدمة إضافة عظيمة للصيدلة، وتناول في هذا القسم المسئوليات والخطوات التي يجب على الصيدلي أن يلتزم بها.

ثانيهما: للمادة الطبية، فأورد كثيرًا من العقاقير مرتبة حسب حروف المعجم، مع ذكر أسمائها المعروفة بها في اللغات المختلفة، وطبائعها ومواطنها وتخزينها وتأثيراتها وقواها العلاجية وجرعاتها.

وتفوق البيروني في مجال الجغرافيا الفلكية، وله فيها بحوث قيمة وهو يعد من مؤسسي ذلك العلم، ونبغ أيضًا في الجغرافيا الرياضية، وبخاصة تحديد خطوط الطول والعرض ومسافات البلدان، وله فيها عشرة مؤلفات، وجاءت أبحاثه في الجغرافيا الطبيعية على نسق رفيع ومستوى عال من الفهم. وله في فن رسم الخرائط مبتكرات كثيرة، فقام بعمل خريطة مستديرة للعالم (شكل 6 – 4) في كتابه "التفهيم لأوائل صناعة التنجيم" لبيان موضع البحار، وله أبحاث كثيرة في كيفية نقل صورة الأرض الكروية إلى الورق المسطح، ومن كتبه في هذا الميدان: "تسطيح الصور وتبطيح الكور"، "تحديد المعمورة وتصحيحها في الصورة". وكان البيروني لا يستبعد نظريًّا احتمال أن يكون النصف الغربي من الكرة الأرضية معمورًا قبل اكتشاف الأمريكتين، وعند وصفه لتضاريس الأرض ومسالك البحار والمحيطات تكلم للمرة الأولى على أنه ليس ما يمنع من اتصال المحيط الهندي بالمحيط الأطلنطي جنوبي القارة الأفريقية على عكس ما كان شائعًا في ذلك الوقت.



(6 – 3 – 7) ابن يونس المصرى:

هو علي بن عبد الرحمن بن يونس الصدفي ولد في مصر ولم يعرف تاريخ ولادته كان علي بن عبد الرحمن بن احمد بن عبد الأعلى الصدفي المصري (أبو الحسن) فلكيا ومؤرخا ومشاركا في علوم المثلثات والفلك والجغرافية وقد عاش ابن يونس في بيت علم حيث كان والده عبد الرحمن من أكبر المؤرخين في مصر ومن أشهر علمائها كما كان جده صاحب الإمام الشافعي ومن الذين امضوا جل وقتهم في دراسة علم الفلك ولذا يعتبر من المتخصصين في علم النجوم. نبغ ابن يونس في علم الفلك وذلك في عهد الخليفة الفاطمي وابنه الحاكم وقد شجعه الفاطميون على البحث في علم الهيئة والرياضيات فبنوا له مرصدا على صخرة على جبل مقطم بالقرب من القاهرة وجهزوه بأفضل آلات وأدوات الرصد ولقد نال شهرة فائقة النظير بين معاصريه ومن تبعه من علماء الفلك بتأليفه زيجاً كبيرا في أربعة أجزاء سماه (الزيج الحاكمي) وسبب تسمية زيجه بالزيج الحاكمي هو أن الخليفة

العزيز الفاطمي طلب منه تأليف زيج يفوق الأزياج السابقة له ولكنه لم يستطع تكملته في حياة العزيز الفاطمي بل أتمه في عهد ابنه الحاكم.

وضع ابن يونس (الزيج الحاكمي الكبير) الذي ضم فيه جميع الكسوفات والخسوفات وجميع قرانات الكواكب التي رصدها القدماء والمحدثون ثم إنه درس هذه كلها وقارن بعضها ببعض فتبين له حركة القمر في تزايد (في السرعة) وصحح ابن يونس ميل دائرة البروج وزاوية اختلاف لمنظر ومبادرة الإعتدالين. اجمع المؤرخون في تاريخ العلوم على أن ابن يونس يعتبر أعظم عالم فلكي أتى بعد البتاني و أبي الوفاء البرزجاني. والجدير بالذكر أن علماء أوروبا قد درسوا زيج ابن يونس لأهمية وسهولة أسلوبه العلمي ولذا فقد ترجمه من العربية للفرنسية الأستاذ الكبير كوسان فرنسي الأصل في 1408هـ وقد اعترف به العلماء الغربيون واعتبروه من كبار العلماء. وأمضى ابن يونس معظم حياته في دراسة حركة الكواكب والتي قادته في نهاية المطاف إلى اختراع حركة الرقاص (البندول) الذي يحتاج له في معرفة الفترات الزمنية في رصد الكواكب وكما استعمل الرقاص في الساعات الدقيقة. ولقد اهتدى ابن يونس إلى اختراع الرقاص واستخدامه قبل جاليليو بستمائة عام تقريبا ولقد اعترف بعض علماء الغرب بأن ابن يونس هو مخترع رقاص الساعة (1) ، (2) و (3) وكان الفلكيون يستعملون البندول (الرقاص) لحساب الفترات الزمنية في الرصد.

لقد اهتم ابن يونس اهتماما كبيرا بعلم حساب المثلثات الذي لم ينفصل تماما عن علم الفلك ولكنه في طريقه إلى الاستقلال وقد برع ابن يونس في هذا الحقل وفاقت بحوثه فيه بحوث العديد من العلماء وكانت معتبره جدا عن الرياضيين ولها قيمتها الكبيرة في تقديم علم المثلثات وقد حل الكثير من المسائل الصعبة المستعصية خاصة في المثلثات الكروية مستعينا في حلها بالمسقط العمودي للكرة السماوية من المستوى الأفقي ومستوى الزوال. وقد استعملت في زمن ابن

يونس الخطوط المماسة في مساحة المثلثات .فعلى سبيل المثال حسب ابن يونس بكل دقة جيب أ° (جا أ°) كما أوجد جداول لظلال الزوايا وظلال التمام وابتكر طريقة جديدة سهلة فيها العمليات الحسابية التي قادت في النهاية إلى علم حساب اللوغريتمات ويعتبر الكثير من المؤرخين في حقل العلوم أن ابن يونس هو الذي اكتشف علم حساب اللوغريتمات حيث أنه حول عملية الضرب إلى عمليتي الجمع والطرح.

لقد كان ابن يونس أول من توصل إلى المعادلة المثلثية: – التالية: جتا س . جتا ص = 0.5 جتا (س + ص) + 0.5 جتا (س – ص).

ولقد جلبت هذه المعادلة المثلثية الدهشة لعلماء القرون الوسطى وذلك لأنها حولت عمليات الضرب إلى عمليات الجمع والطرح إن ذلك يدل بوضوح تام بأن الفضل في اختراع اللوغريتمات يرجع إلى علماء العرب والمسلمين وليس إلى نابير الاسكتلندي. وإذا كان الفضل في صنع جداول اللوغريتمات المعروفة لدينا في الوقت الحالي يرجع إلى" جون نابير" فإن بداية هذا العلم قد ظهرت قبله بقرون عدة. فقد ألف سنان بن الفتح الحاسب كتابه "الجمع والتفريق" حوالي سنة 210هـ(825 م) يشرح فيه كيفية إجراء عمليات الضرب والقسمة بواسطة عمليات الجمع والطرح . وتوفي ابن يونس في مصر عام 399 هـ (1099م).

(6 – 3 – 8) الكرجي:

هو أبو بكر محمد بن الحسن الكرجي، رياضي اشتهر في القرن الخامس الهجري (الحادي عشر الميلادي). ولد في الكرج وهي اسم واحدة من أربع مناطق جبلية في إيران الحالية تقع بين مدينتي همذان و أصفهان . ولقد برع الكرجي في علم الحساب فكان من أبرز علماء عصره حتى لقب بالحاسب. عاش الكرجي شطراً كبيرا من حياته في المناطق الجبلية حيث عمل بالهندسة، وكان شديد الولع

بعلمي الحساب والجبر، ولذلك لم يترك موضوعا في هذين العلمين إلا درسه وطور فيه نظريات ومسائل. ثم انتقل إلى بغداد وبها توفي في عهد فخر المُلك أبي غالب محمد بن خلف من وزراء دولة بني بويه في عصر الدولة العباسية، حيث عكف على التصنيف والتأليف. ولقد كان الكرجي من العلماء المبرزين المبتكرين الذين يفضلون التأليف والشرح والتعليق على مصنفات القدماء ولهذا نراه يشرح كتب علماء الرياضيات الذين سبقوه كالخوارزمي . كما عُرف عنه أنه لم يكن يستعمل نظام الترقيم الهندي المعرَّب بل اعتمد كتابة الأرقام بالحروف على الطريقة اليونانية الفينيقية، واهتم بالجبر وقام بزيادة المعادلات وكان ميالا إلى الإكثار من البراهين الرياضية المتعلقة بالحلول وبدرجات المعادلات ذاتها. كما اهتم بالأعداد المفردة والجذور الصماء ومربعات ومكعبات الأعداد الطبيعية، وهو من أوائل الذين قاموا بتطبيق العمليات الحسابية مثل التربيع والجذور على العمليات الجبرية فوسع بذلك مجال علم الجبر الذي كان محصورا بالجبر الهندسي.

كما توصل إلى قوانين ونظريات رياضية عديدة مازالت تستعمل حتى الآن دون أي تغيير فيها. من أهمها أن المتواليات التي تبدأ بواحد يكون فيها مجموع مكعبات الحدود الطبيعية مساويا لمربع مجموع مكعبات الحدود فيها. وللكرجي عدد من المصنفات منها :شرح لكتاب إقليدس ، وكتاب البديع في الجبر وهو تطوير لكتابه الفخري في الجبر والمقابلة وكان قد أهداه إلى فخر الملك. كما أهداه أيضا كتابه الكافي في الحساب وهو أشهر كتب الكرجي . وتوفى رحمه الله فى عام 421هـ (1030م).

(6 – 3 – 9) ابن بدر:

هو محمد بن عمر بن محمد البلنسي الإشبيلي أبو عبد الله المعروف بابن بدر. عالم الرياضيات. وقد عاش في القرن السابع الهجري الرابع عشر الميلادي، ولم تحدد الموسوعات العربية أو الأجنبية تاريخ ميلاد له أو وفاة، بل ذكر مؤرخو العلوم

أنه كان حيا في عام 576هـ (1180م). وقد ولد في بلنسية ، وتعلم الرياضيات في إشبيلية . وأحداث حياة ابن بدر مجهولة لم تذكرها الموسوعات أو كتب تاريخ العلوم، بل إن إنجازه العلمي ظل مجهولا كذلك إلى أن اكتشف كتابه :اختصار الجبر والمقابلة . وكان نسخة خطية بيد: عبد الصمد بن سعد بن عبد الصمد المغربي، وكانت مؤرخة بعام 764هـ – 1362م. وقد كشف الستار عن هذا الكتاب المستشرق التشيكي نيكل. وأذاع مؤرخو العلوم خبر اكتشاف هذا الكتاب القيم، وذكرت كتب مؤرخي العلوم أنه من أهم كتب الرياضيات العربية وأروعها، فقد جمع فيه ابن بدر بأسلوب علمي مبسط كل حصاد علماء العرب السابقين في الجبر والمقابلة ووضعها موضع التطبيق في مسائل رياضية مبوبة، وجعلها من قبيل الحساب العملي الذي يستطيع الجميع فهمه واستيعابه. ومن أهم إنجازات ابن بدر العلمية كما اتضحت لمؤرخي العلوم عند مراجعة هذا الكتاب أن ابن بدر قد قام بحل معادلة من معادلات الدرجة الرابعة ببساطة شديدة وهي:

" إذا قيل لك إن مالا ضربت ثلثه في ربعه فعاد المال بزيادة أربعة وعشرين درهما. فكم تكون قيمة هذا المال؟ وقد اتبع ابن بدر في حل هذه المسألة طريقة الشرح لعملياتها الجبرية. وكان حل ابن بدر باستخدام الرموز كما يلي:

$$\frac{س^2}{3} \times \frac{س^3}{4} = س^2 + 24$$

وقد فرض ابن بدر أن س2 = ص ، وعلى هذا يكون:

$$\frac{ص^2}{12} = ص + 24$$

$$ص^2 = ص + 24 \times 12$$

ومن هذه المعادلة ينتج أن ص=24 وهي قيمة المال. كذلك حل ابن بدر مسألتين من المسائل التي حلها العرب بطريقة الشرح للعمليات الجبرية.وهو الحل

الذي أدى إلى المعادلات السيالة. والمسألة الأولى هي:إذا قيل لك مال له جذران إن حملت عليه ثلاثة أجذاره كان له جذر. فما قيمة هذا المال؟

وحل ابن بدر لها بالرموز كان كالتالي: س2 3+س = ص2

فلو كانت: ص = س+1 فإن: س2+3س = (س+1)2 أي أن: س = 1

ولو كانت: ص = س + $\frac{1}{2}$ فإذاً س = $\frac{1}{8}$

والمسألة الثانية هي:إذا قيل لك رجلان التقيا، ومع كل واحد منهما مال، ووجدا مالا، فقال أحدهما لصاحبه:إذا أخذت هذا المال الموجود وحم لته إلى ما معي كان معي أربعة أمثال ما معك.ثم قال الآخر:إن أخذت هذا المال الموجود وحملته إلى ما كان معي كان معي سبعة أمثال ما معي، فكم من المال مع كل منهما، وكم من المال موجود؟ويكشف ابن بدر عن حل هذه المسألة ذات المجهولين بالصورة التالية: ص+ع4 = س / س+ع = 7س

فإذا كانت: ع = 3ص إذن: س = $\frac{8}{9}$ ، ص = $\frac{5}{9}$

هناك الكثير من المسائل التي حلها ابن بدر وأكثرها من النمط الذي نراه في كتب الجبر العالية، وذلك في كتابه الرياضي القيم الوحيد المعروف له، كتاب :اختصار الجبر والمقابلة .

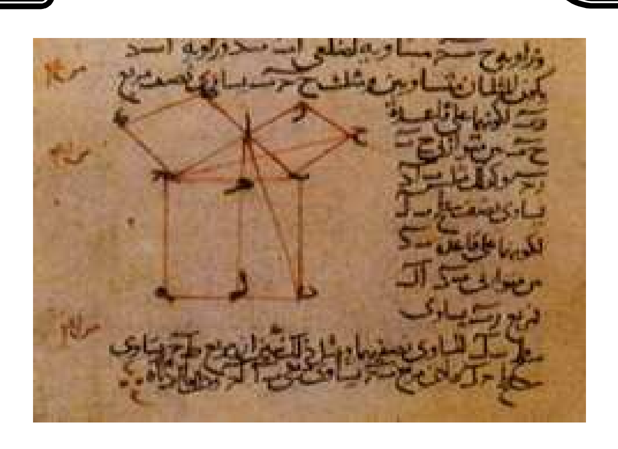
(6 – 3 – 10) الطوسي:

هو أبو جعفر محمد بن محمد الحسن نصير الدين الطوسي، عالم رياضي وفلكي وهندسي اشتهر في القرن السابع الهجري (الثالث عشر الميلادي). ولد في

خراسان سنة 597هـ (1202 م) ، و عاش في بغداد حيث اشتهر بين أصدقائه وذويه وعلماء المشرق والمغرب بلقب "علامة " .

أخذ نصير الدين علمه عن كمال الدين بن يونس الموصلي مما دفعه إلى الولع بجمع الكتب حتى كان ينفق الكثير من أمواله على شراء الكتب النادرة. كما تعلم اللغات اللاتينية والفارسية والتركية فأكسبه ذلك مقدرة على فهم واستيعاب معارف شتى. كما درس تراث الإغريق وترجم كتبهم وبرز في علوم المثلثات والجبر والفلك والهندسة، حتى أسندت إليه إدارة مرصد مراغة ، وهو مرصد عرف بآلاته الفلكية الدقيقة وأرصاده المنتظمة ومكتبته الضخمة وعلمائه الفلكيين الذين كانوا يتقاطرون عليه من مختلف أنحاء العالم طلبا للعلم. ولقد احتل الطوسي مكانة عالية ودرجة رفيعة عند خلفاء العباسيين لنباهته وحدة ذكائه، ولهذا فإن أحد وزراء البلاط أضمر له الغدر حسدا وأرسل إلى حاكم قهستان يتهمه زورا وبهتانا ، مما دفع به إلى السجن في إحدى القلاع، وكان من نتيجة سجنه أن أنجز في خلال اعتقاله معظم مصنفاته في الفلك والرياضيات، وهي التي كانت سبب ذيوع صيته وشهرته وبروز اسمه بين عباقرة الإسلام في جميع الأنحاء. وعندما استولى هولاكو المغولي على السلطة في بغداد أخرج الطوسي من السجن وقربه إليه وجعله أميرا على أوقاف المماليك التي استولى عليها ، فاستغل الطوسي الأموال التي كسبها في بناء مكتبة ضخمة حوت أكثر من أربعمائة ألف مجلد من نوادر الكتب. ولقد أبدع الطوسي في علم الرياضيات بجميع فروعه، وكان له فضل وأثر كبيران في تعريف الأعداد الصماء، كما يعود إليه الفضل في فصل حساب المثلثات عن علم الفلك. وهو أول من طور نظريات جيب الزاوية إلى ما هي عليه الآن مستعملا المثلث المستوي.

كما كان أول من قدم المتطابقات المثلثية للمثلث الكروي قائم الزاوية (شكل6 – 5).



شكل(6 – 5) نظرية المثلث قائم الزاوية للطوسي

كما وضع قاعدته التي أسماها " قاعدة الأشكال المتتامة " فهي تخالف نظرية بطليموس في الأشكال الرباعية، وهي في الحقيقة صورة مبسطة لقانون الجيوب الذي يقضي بأن جيوب الزوايا تتناسب مع الأضلاع المقابلة لها. وفي الهندسة أظهر الطوسي ذكاء منقطع النظير،حيث بنى برهانه على افتراضات عبقرية. ثم إن الطوسي برهن أيضا أن نقطة تماس الدائرة الصغرى على قطر الدائرة الكبرى، وهي النظرية التي كانت أساس تعميم جهاز الأسطرلاب المستعمل في علم الفلك. وقد اهتم الطوسي كذلك بالهندسة الفوقية أو اللا إقليدية (الهندسة الهندلولية) التي تثبت على أسس منطقية تناقض هندسة إقليدس والتي كان يعتقد أنها لا تقبل التغير أو الانتقاد، ذلك أن الطوسي أبدع في دراسة العلاقة بين المنطق والرياضيات. كما نال الطوسي سمعة طيبة مرموقة في علم البصريات، إذ أتى ببرهان مستحدث لتساوي زاويتي السقوط والانعكاس. وألف الطوسي في علم الحساب وحساب المثلثات والجبر والهيئة والجغرافية والطبيعيات والمنطق، حتى إن عدد كتبه فاق مائة وخمس وأربعون(145) كتاباً، معظمها في شروح ونقد كتب اليونان من أهمها: كتاب المأخوذات في الهندسة لأرشميدس، وكتاب الكرة والأسطوانة لأرشميدس، وكتاب أرخميدس في تكسير الدائرة وغيرها، وكتاب الكرة المتحركة لأطوقولوس، وكتاب الطلوع والغروب لأطولوقوس، ورسالة تحرير كتاب

الأكبر لمنالاوس، وكتاب تحرير إقليدس، وكتاب المعطيات لإقليدس، ورسالة في الموضوعة الخامسة) من موضوعات إقليدس. أما أهم مصنفاته فهي: الرسالة الشافية عن الشك في الخطوط المتوازية، وكتاب تحرير المناظر(في البصريات)، وكتاب تسطيح الأرض وتربيع الدوائر، وكتاب قواعد الهندسة، وكتاب الجبر والمقابلة، ورسالة في المثلثات الكروية، وكتاب مساحة الأشكال البسيطة والكروية، وكتاب تحرير المساكن ، وكتاب الجامع في الحساب، ومقالة في القطاع الكروي والنسب الواقعة عليه، ومقالة في قياس الدوائر العظمى.

(6 – 3 – 11) جابر بن أفلح:

هو أبو محمد جابر بن أفلح، عالم رياضي وفلكي اشتهر في القرن السادس الهجري (الثاني عشر الميلادي). ولد في إشبيلية وفيها تلقى علومه الأساسية، ثم ما لبث أن هاجر إلى قرطبة واستقر فيها بقية حياته وبها دفن فى عام509 هـ (1116م). ودرس جابر العلوم الرياضية والفلكية وأولاها عناية كبيرة. ولقد استفاد جابر بن أفلح من خبرة كبار علماء العرب والمسلمين في هذين المجالين. كما قام بإنشاء أول مرصد في الأندلس والذي يعد في ذلك الوقت أول مرصد في أوروبا وعمل فيه جميع تجاربه الفلكية التي بنى عليها ملاحظاته وانتقاداته للنظام البطليموسي الكواكبي. وتعود شهرة جابر بن أفلح الحقيقية في مجال الرياضيات إلى ابتكاره بعض النظريات الهامة والضرورية لحل المثلثات الكروية، فهو صاحب قانون جابر المعروف في الغرب باسم Gober law المعبر عن علاقة جيوب وجيوب تمام الزوايا وأضلاع المثلث المقابلة. أما في مجال الفلك فتعود شهرته إلى تصحيحه الأخطاء الخطيرة التي انزلق فيها بطليموس في كتابه المجسطي ، وكذلك إلى نتائجه في إثبات أن الزهرة والمريخ أقرب إلى كوكب الأرض من الشمس. كما كان له الفضل والإبداع في اكتشاف بعض آلات الرصد التي كانت تستخدم في مراكز الرصد في الأندلس. ولقد نال جابر بن أفلح شهرة عظيمة في مؤلفه كتاب

الهيئة أو إصلاح المجسطي الذي ضمنه بعض الملاحظات الهامة على كتاب المجسطي لبطليموس وخاصة في نظرية الكواكب السيارة. وقد أولى علماء أوروبا كتاب الهيئة لجابر اهتماما كبيرا فترجموه إلى اللغة اللاتينية ومنه إلى لغات شرقية وغربية عديدة.

(6 – 3 – 12) الكاشي:

هو غياث الدين جمشيد بن مسعود بن محمود بن محمد الكاشي، ويعرف أيضا بالكاشاني، عالم رياضي وفلكي اشتهر في القرن التاسع الهجري(الخامس عشر الميلادي). ولد في مدينة كاشان ببلاد فارس وإليها نسب. ونشأ في بيت علم حيث كان أبوه من أكبر علماء الرياضيات والفلك، فشب الكاشي على ولعه بالرياضيات. عرف الكاشي بكثرة تنقله في المدن لطلب العلم ونهل المعرفة، ولذلك تنوعت معارفه فدرس العلوم في أماكن شتى من بلاد فارس. وقد اشتهر بحبه لقراءة القرآن الكريم فكان يقرأ القرآن مرة كل يوم، ثم درس النحو والصرف والفقه على مذاهب الأئمة الأربعة فأجادها وتمكن منها وأصبح حجة فيها. واستفاد من معرفته بالمنطق فانكب على دراسة تواليف الرياضيات يلتهمها التهاما مما أدهش علماء الرياضيات لقدرته في الاستيعاب وحسن التعبير. وعندما سأله البعض هل يمكن عمل آلة يعرف منها تقاويم الكواكب وعروضها أم لا، فابتكر فيه رسم صفحة واحدة من صحيفة يعرف منها تقاويم الكواكب السبعة وعروضها وأبعادها عن الأرض ، وعمل الخسوف و الكسوف بأسهل طريق وأقرب زمان، ثم استنبط منها أنواعا مختلفة يعرف من كل واحد منها ما يعرف من الآخر. ولقد أعطى الكاشي شرحا مفصلاً لكيفية رسم إهليليجي للقمر وعطارد. كما بحث في تعيين النسبة التقريبية للثابت(ط)، فأثبت قيمة تلك النسبة إلى درجة من التقريب تفوق من سبقه بكثير. أما عن إنجازاته في الرياضيات فيعد الكاشي أول من وضع الكسور العشرية مما كان له بالغ الأثر في دفع تقدم الحساب واختراع الآلات الحاسبة. فقد
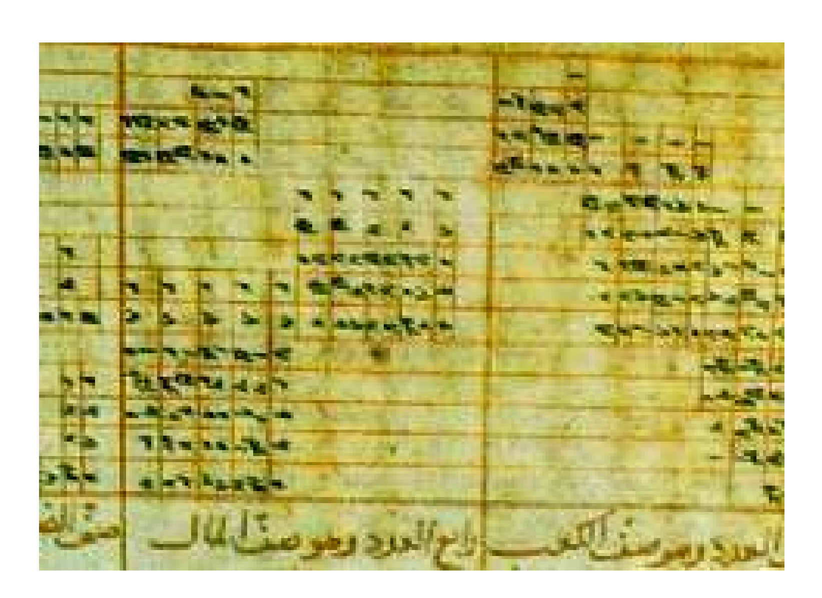
استخدم للمرة الأولى الصفر تماما للأغراض نفسها التي نعرفها ونتداولها في عصرنا الحاضر. كما زاد الكاشي على من سبقه من العلماء المسلمين في نظرية الأعداد، وبرهن قانونا لمجموع الأعداد الطبيعية المرفوعة إلى القوة الرابعة، وهو القانون الذي لعب دورا أساسيا في تطور علم الأعداد .

وكان الكاشي يعتمد في بدء بحوثه على الجداول الرياضية التي وضعها السابقون من المسلمين لإيجاد حدود المعادلة الجبرية، ولكنه عدل عن ذلك واستخدم القاعدة العامة لنظرية ذات الحدين، وهي التي ابتكرها عمر الخيام من قبل، وطورها لأي أس صحيح. وفي الهندسة حذا الكاشي حذو إقليدس في هذا العلم وتبعه في تعاريفه ونظرياته، إلا أنه أخذ برأي نصير الدين الطوسي في نقضه لفرضية إقليدس الخامسة. وفي علم المثلثات درس الكاشي تواليف المتقدمين من علماء الإسلام، وشرح وعلق على إنتاجهم. وقد حسب جداول لجيب الدرجة الأولى، واستخدم في ذلك معادلة ذات الدرجة الثالثة في معادلاته المثلثية، وصورة ذلك المعادلة:

جا^{3}س= 4 جا س^3 − 3 جا س.

وترك الكاشي عددا من المؤلفات الهامة جلها في الرياضيات والفلك منها: كتاب مفتاح الحساب (شكل 6 − 6)، الذي حوى للمرة الأولى الكثير من المسائل التي تستعمل الكسور العشرية، ورسالة في الحساب ، ورسالة في الهندسة، ورسالة في المساحات ، ورسالة الجيب والوتر ، ورسالة استخراج جيب الدرجة الأولى ، ورسالة في الأعداد الصحيحة، ورسالة في الجذور الصم، ورسالة في التضعيف والتصنيف والجمع والتفريق ، ورسالة في طريقة استخراج الضلع الأول من المضلعات ، ورسالة في معرفة التداخل والتشارك والتباين ، ورسالة في طريقة استخراج المجهول ،ورسالة عن الكسور العشرية والاعتيادية. أما مؤلفاته في علم الفلك فهي كتاب زيج الخقاني (تصحيح زيج الأيلخاني للطوسي)، وكتاب في علم الهيئة ، ورسالة نزهة

الحدائق وهي مشتملة على كيفية عمل آلة حساب التقاويم، وكيفية العمل بها، وأسماها طبق المناطق ، وألحق بها عمل الآلة المسماة بلوح الاتصالات. وتوفى الكاشى رحمه الله فى عام 839 هـ (1436 م).



شكل (6 – 6) صفحة من كتاب مفتاح الحساب للكاشى

(6 – 3 – 13) العاملي:

هو محمد بن حسين بن عبد لصمد العاملي . ولد في بعلبك بلبنان سنة 1547 م ، ولقب بالعاملي نسبة إلى جبل " عامل " في لبنان ، وقد كان عالما في كل من الرياضيات والفلك . زار هذا العالم عددا كبيرا من البلاد ليتتلمذ على أشهر علمائها المتخصصين ومن هذه البلاد التي زارها هو : المملكة العربية السعودية ، مصر والقدس و دمشق وحلب . وكان للعاملي دور واضح في تطوير علم الحساب إلى الحالة المعاصرة ، حيث قدم ابتكارات في أشكال الأرقام ، فقد ورد " الصفر " في مؤلفاته على شكل حلقة صغيرة . وقد قدم العاملي أفكارا جديدة فيما يتعلق باستخراج الجذور وحسابات الكسور وطرق حل المسائل الرياضية. هتم بعلم الفلك بقدر اهتمامه بعلماء الرياضيات وله في علم الفلك نظريات هامة ، اعتمد على

كثير من الدارسين لمدة طويلة. ومن مؤلفاته في علم الرياضيات كتاب " الخلاصة في الحساب " الذي ترجم إلى عدد كبير من اللغات الأجنبية منها الألمانية والفرنسية ، وتضمن هذا الكتاب بحثا في مساحات سطوح الأجسام المختلفة كالكرة والمخروط وغيرهما ، كذلك شرح فيه العاملي قياس الارتفاعات وعروض الأنهار وأعماق الآبار واستخراج المجاهيل باستخدام علم الجبر وإيجاد الجذر الحقيقي للمعادلة الجبرية. كما ألف العاملى عدة كتب فى الفلك وهى: كتاب " رسالة الهلالية " وكتاب " تشريح الأفلاك " وكتاب " الرسالة الاسطرلابية ". وتوفي العاملي رحمه الله في 1622 م.

ويوجد الكثير من العلماء العرب الذين أسهموا فى تطور علم الرياضيات ولا نستطيع أن نحصيهم عدداً فى هذه الوريقات ، وإليك بعضاً منهم وأهم مؤلفاتهم فى الرياضيات ومنها الجبر .

أشهر علماء الرياضيات العرب وأهم مؤلفاتهم

الرياضي	تاريخ وفاته	أهم مؤلفاته
يوحنا يوسف بن الحراني	200هـ ، 815م	اختصار جدولين في الهندسة.
سنان بن الفتح الحراني الحاسب	نحو سنة210هـ ، 825م	الجمع والتفريق؛ كتاب المكعبات؛ حساب الوصايا.
سند بن علي أبو الطيب	250هـ ، 864م	الجمع والتفريق؛ الحساب الهندي؛ المنفصلات والمتوسطات.
الكندي	252هـ ، 866م	المدخل إلى الأرثماطيقي؛ استعمال الحساب الهندسي؛ رسالة في الحيل العددية.
أبو كامل شجاع بن أسلم	نحو سنة 267هـ ، 880م	كتاب الجمع والتفريق؛ كتاب الخطأين؛ الوصايا بالجبر والمقابلة؛ كتاب الشامل؛ المساحة والهندسة والطير.

محمد بن عيسى المهاني	نحو سنة 271هـ ، 884م	كتاب النسبة؛ شرح الكتاب الخامس والعاشر من أقليدس.
أحمد أبو حنيفة الدينوري	282هـ ، 895م	كتاب الوصايا، كتاب الجبر والمقابلة؛ كتاب البحث في حساب الهند.
السرخسي أبو العباس	نحو سنة 286هـ ، 899م	الأرثماطيقي في الأعداد والجبر والمقابلة؛ المدخل إلى علم الموسيقى.
أبو برزة الحاسب الجيلي	298هـ ، 911م	كتاب المعاملات؛ كتاب المساحة.
قسطا بن لوقا	300هـ ، 912م	المدخل إلى علم الهندسة؛ شكوك كتاب أقليدس.
المروزي، حبش الحاسب	نحو سنة 310هـ ، 922م	الدوائر الثلاث المماسة وكيفية الأوصال؛ عمل السطوح المبسوطة والقائمة والمائلة والمنحرفة.
أحمد بن محمد الحاسب	نحو سنة 315هـ ، 927م	كتاب الجمع والتفريق.
الكرابيسي، أحمد بن عمر	نحو سنة 315هـ ، 927م	حساب الدور؛ مساحة الحلقة؛ تفسير أقليدس.
الحكيم العدلي	نحو سنة 315هـ ، 927م	كتاب في المساحة؛ كتاب في الجبر والمقابلة.
أبو إسحاق إبراهيم بن ثابت بن قرة	335هـ ، 946م	استخراج المسائل الهندسية (مقالة)؛ رسم القطوع الثلاثة (مقالة.(
الموصلي، علي بن أحمد العمراني	344هـ ، 955م	شرح كتاب الجبر والمقابلة لأبي كامل شجاع بن أسلم.
أبو يوسف يعقوب الرازي	نحو سنة 350هـ، 961م	الجامع في الحساب؛ كتاب التخت؛ حساب الخطأين

أبو يوسف المصيصي	نحو سنة 350هـ ، 961م	حساب الدور؛ كتابا الوصايا؛ الجبر والمقابلة.
الكوهي، أبو سهل	نحو سنة 350هـ ، 961م	كتاب مراكز الأثقال؛ رسالة في المضلع المسبع في الدائرة؛ رسالة البركار التام.
كوشيار الجيلي أبو الحسن	نحو سنة 350هـ ، 961م	أصول حساب الهند.
أبو النصر الكلوازي	نحو سنة 372هـ ، 982م	كتاب التخت في الحساب الهندي.
البوزجاني، أبو الوفاء	388هـ ، 998م	صناعة الجبر ؛ استخراج الأوتار؛ المدخل إلى الأرثماطيقي.
المجريطي، مسلمة بن أحمد	398هـ ، 1007م	تمام علم العدد.
السجستاني الجزي	415هـ ، 1024م	الشكل الملقب بالقطاع (رسالة.(
الصيدناني، عبدالله بن الحسن	نحو سنة 420هـ؟ ، 1029م	كتاب في صنوف الضرب والقسمة؛ شرح كتاب الخوارزمي في الجبر.
محمد بن يحيى بن أكثم القاضي	نحو سنة420هـ؟ ، 1029م	كتاب مسائل الأعداد.
جعفر بن علي المهندس المكي	نحو سنة 420هـ؟ ، 1029م	كتاب في الهندسة؛ رسالة في المكعب.
الإصطخري الحاسب	نحو سنة420هـ؟ ، 1029م	الجامع في الحساب؛ شرح كتاب أبي جابر في الجبر.
القاضي النسوي	نحو سنة 420هـ؟، 1029م	المقنع؛ تجريد أقليدس.

ابن السمح المهري	426هـ ، 1035م	المدخل إلى الهندسة في تفسير كتاب أقليدس؛ طبيعة العدد؛ الكامل في الحساب الهوائي.
أبو الصقر القبيصي الهاشمي	نحو سنة 430هـ ، 1039م	أنواع الأعداد (رسالة).
الأسفزاري، المظفر بن إسماعيل	نحو سنة 480هـ ، 1087م	مقدمة في المساحة؛ اختصار الأصول لأقليدس.
عمر الخيام	515هـ ، 1121م	شرح ما يشكل من مصادرات أقليدس؛ الجبر والمقابلة (مقالة.(
الخرقي، أبو بكر بن أبي بشر	533هـ ، 1138م	الرسالة الشاملة في الحساب.
ابن الصلاح، أحمد بن محمد السري	نحو سنة 540هـ ، 1145م	كتاب المقالات السبع.
السموأل بن يحيى المغربي	نحو سنة 570هـ ، 1175م	إعجاز المهندسين؛ القوامي في الحساب الهندي؛ المثلث القائم الزاوية؛ الباهر.
فخر الدين الرازي	606هـ ، 1209م	مصادرات إقليدس.
الحسن المراكشي	660هـ ، 1261م	جامع المبادئ والغايات في علم الميقات.
ابن اللبودي نجم الدين	670هـ ، 1271م	مختصر كتاب إقليدس؛ مختصر مصادرات أقليدس؛ الرسالة الكاملة في علم الجبر والمقابلة.
محيي الدين المغربي	نحو سنة 680هـ ، 1280م	كتاب هندسة إقليدس؛ عمدة الحاسب وغنية الطالب.
السمرقندي، شمس الدين	690هـ ، 1291م	أشكال التأسيس في الهندسة.

ابن البناء المراكشي	721هـ ، 1321م	تلخيص أعمال الحساب؛ تنبيه الألباب؛ الجذور الصم وجمعها وطرحها (رسالة)؛ كتاب الجبر والمقابلة.
ابن الخوام البغدادي	724هـ ، 1324م	الفوائد البهائية في القواعد الحسابية.
الطيبي، شرف الدين حسين	743هـ ، 1342م	مقدمات في علم الحساب.
ابن الهائم، أبو العباس شهاب الدين	815هـ ، 1412م	اللمع في الحساب (رسالة)؛ المعونة في الحساب الهوائي؛ مرشد الطالب إلى أسنى المطالب.
قاضي زاده، الرومي	نحو سنة 835هـ ، 1432م	رسالة في الجيب؛ شرح كتاب أشكال التأسيس في الهندسة.
سبط المارديني	907هـ ، 1501م	تحفة الألباب في علم الحساب؛ إرشاد الطلاب إلى وسيلة الحساب.
ابن غازي المكناسي	919هـ ، 1513م	منية الحسّاب في علم الحساب.
ابن حمزة المغربي	نحو سنة 950هـ ، 1543م	تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد.
ابن القاضي المكناسي	1025هـ ، 1616م	المدخل إلى الهندسة.

وقد كان للمؤلفات التي وضعها العرب في مضمار الرياضيات والفلك والهندسة وحساب المثلثات والحساب الأثر الكبير في التطور والنهضة التي نشهدها اليوم ولقد كان لهذه الإسهامات دورا كبيرا بارزا في أن يستفيد منها العالم أجمع.

(6 – 4) عصر النهضة الأوروبية:

تميز عصر النهضة الأوروبية باتساع المعارف الجبرية وخاصة فى ألمانيا وإيطاليا، حيث تكونت مدارس لعلماء الجبر . وقد برز الكثير من علماء الرياضيات فى هذه الفترة ، لا يمكن إحصائهم والتحدث عن إنجازاتهم فى مجال الرياضيات عموماً والجبر بصفة خاصة. وسنذكر هنا أربع علماء من علماء عصر النهضة الأوروبية ومن أراد المزيد فليرجع لكتاب جولة خاطفة عبر تاريخ الرياضيات للدكتور يوسف العتيق.

(6 – 4 – 1) اسحق نيوتن:

هو العالم الإنجليزى إسحق نيوتن مكتشف ألوان الطيف وحساب التفاضل والتكامل ، وقوانين الحركة بالإضافة إلى اكتشافه للجاذبية ، واختراعه للتلسكوب العاكس. ولد نيوتن يوم الكريسماس عام 1642 فى بلدة وولثروب البريطانية بمدينة لنكولنشير و هي نفس السنة التي توفي فيها العالم الكبير جاليليو ، وولد نيوتن بعد وفاة أبيه ، ولم تظهر عليه ملامح الذكاء وهو صغير ، ولقد كان يستخدم يديه بمهارة حتى أن أمه أخرجته من المدرسة – وهو فى سن المراهقة – بعد أن اشتكى منه الناظر والمدرسين ، حيث أنه لم يكن مهتما بالدروس ، واعتقدت أمه أنه سيصبح بحارا أو نجارا أو فلاحا وهو فى الثانية عشر من عمره بدأ يقرأ كل ما يقع تحت يديه من كتب ، ثم دخل جامعة كمبريدج درس نيوتن قوانين انعكاس وانكسار الضوء من عام 1703 حتى وفاته اشتغل فى منصب رئيس الجمعية الملكية البريطانية ، وكان منذ عام 1672 عضوا بها بين عامى 1669 – 1701 عمل مدرسا للرياضيات بجامعة كمبريدج

اكتشافاته: عندما بلغ من العمر 21 سنة أسس جميع نظرياته وكان يصوغها سرا حتى يتأكد من أنها صحيحة 100 ٪ قانون الجذب العام فيما بين

عامى 1664 – 1666 اكتشف نيوتن الجاذبية ، وقانون الجذب العام ، حيث أنه يحكى أنه كان جالسا فى أحد الأيام تحت شجرة تفاح مسترخيا ، وفجأة وفى لحظة صفاء ، سقطت فوق رأس نيوتن تفاحة ، وبدأ يفكر نيوتن فى هذه الحالة التى مرت عليه ، ومرت على الملايين من غيره دون أن يلتفتوا إليها ، وبدأ يقول لماذا سقطت التفاحة إلى أسفل ولم تسقط إلى أعلى ، وهنا ظهر الإلهام الذى قادة إلى حقيقة الجاذبية التى توجد فى كل الأجسام وتجذب إليها الأجسام الأخرى بقوة ، ثم صاغ لنا نيوتن قانون الجذب العام. ولقد أثبت نيوتن أن هناك قوة جذب متبادلة بين الشمس والكواكب ، تجعل الكواكب تدور حول الشمس فى مدارات بيضاوية. وينص قانون الجذب العام " الجاذبية " على أن أى جسمين كرويين فى الوجود يجذب كل منهما الأخر بقوة جذب تتناسب هذه القوة طرديا مع حاصل ضرب كتلة الجسمين ، وعكسيا مع مربع المسافة بينهما من أعظم فوائد قانون الجذب العام هو مساعدته فى اكتشاف بعض الكواكب فبسببه اكتشف هرشل كوكب أورانوس ثم كوكب نبتون وبلوتو بعد ذلك بواسطة آخرين. كما شرح نيوتن قوانين الحركة الثلاث فى كتابه " الأصول الرياضية للفلسفة الطبيعية وهنا لن أذكر سوى أقل القليل عن هذه القوانين.

القانون الأول: وينص على "الجسم الساكن يبقى ساكنا ، والحسم المتحرك يبقى متحركا فى خط مستقيم بسرعة منتظمة ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تؤثر على حالته. أما القانون الثانى: فينص على "القوة المحصلة المؤثرة على جسم ما تساوى المعدل الزمنى للتغير فى كمية تحرك الجسم ، واتجاه هذه القوة هو اتجاه كمية التحرك. والقانون الثالث: ينص على "أن لكل فعل رد فعل مساو له فى المقدار ، ومضاد له فى الاتجاه ". وفى عام 1668 صنع نيوتن أول تلسكوب عاكس ومن مميزات هذا التلسكوب أنه يستخدم المرايا بدلا من العدسات ويتميز أيضا بصغر كتلته رغم كبر حجمه فيسهل تحريكه يستخدم فى رصد الأجرام السماوية البعيدة ذات الإضاءة الضعيفة كما اكتشف نيوتن أن الضوء

الأبيض مكون من 7 ألوان هى ألوان الطيف ، فلو أخذنا منشور ثلاثى ووجهنا ضوء أبيض عليه واستقبلناه من جهة المنشور الأخرى بحائل أسود لرأينا سبعة ألوان تكونت هى: الأحمر والبرتقالى والأصفر والأخضر والأزرق والنيلى والبنفسجى. ولنيوتن مؤلفات كثيرة منها كتاب " الأصول الرياضية للفلسفة الطبيعية " الذى نشره عام 1687 م والذى شرح به علم الميكانيكا ، وقوانين الحركة ، وميكانيكا السوائل ، وظاهرتى المد والجزر ، وحركة الأقمار والكواكب والمذنبات ، وكيف يفسر قانون الجذب العام حركة الأجرام السماوية وسقوط الأجسام على الأرض وله كتاب " البصريات " الذى شرح به نظرياته فى الضوء عام 1663 اكتشف نيوتن حساب التفاضل والتكامل .

توفى نيوتن يوم 20 – 3 – 1727 وكان أول من يدفن في مقابر العظماء.

(6 – 4– 2) جاليليو جاليلي:

هو عالم فلكي وفيلسوف ورياضى فيزيائي، ولد في بيزا في إيطاليا في 15 فبراير 1564 ومات في 8 يونيو 1642 أبوه هو فينسينزو جاليلي وامه هي جوليا دي كوزيمو أماناتي وأنجب من مارينا جامبا ثلاثة أطفال دون زواج هم فيرجينا . لقبت بعد ذلك بالأخت ماريا . ولدت عام 1600 و ماتت عام 1634 ، فينسنزو ولد عام 1606 و مات عام 1646 ، ليفيا . و لقبت بعد ذلك بالأخت أركنجيلا . ولدت عام 1601 و ماتت عام 1649. نشر نظرية كوبرنيكوس و الدفاع عنها بقوة على أسس فيزيائية ، فقام أولا بإثبات خطأ نظرية أرسطو حول الحركة، و قام بذلك عن طريق الملاحظة و التجربة. وهو أول من طبق طرق التجريبية في البحوث العلمية. أدخل غاليليو مفهوم القصور الذاتي ، وبحث في الحركة النسبية ، وقوانين سقوط الأجسام ، وحركة الجسم على المستوى المائل والحركة عند رمي شيء في زاوية مع الأفق واستخدام البندول في قياس الزمن. كان الأول في تاريخ البشرية الذي وجه التلسكوب إلى السماء وكشف عن مجموعة من النجوم الجديدة. أثبت أن المجرة

تتكون من عديد كبير من النجوم. واكتشف الكواكب الدائرة حول المشتري والبقع الشمسية ودوران الشمس ، وبحث في تركيب سطح القمر. وقد أيد جاليليو بقوة فرضية كوبرنيكوس التي كانت محرمة من قبل الكنيسة الكاثوليكية ، والتي تقول إن الشمس هي مركز المجموعة الشمسية. ولم تعط محاكمة ومطاردة الكنيسة الكاثوليكية العالم فرصة العيش بهدوء في السنوات العشر الأخيرة في حياته كما وقد تم إعدامه بقطع رقبته بأمر من الكنيسة وتم الاعتذار منه فيما بعد وفاته بسنوات عندما تطور العلم وأثبت بأن جاليليو كان قد سبق أوانه.

(6 – 4 – 3) بارو اسحق *Barrow Isaac*

من علماء الرياضيات البريطانيين ، عمل أستاذ في جامعة كمبردج ، ساهم في إيجاد الحساب المتناهي في الصغر ، أوجد طريقة هندسية لتحديد المماسات " tangenles" على المنحنيات ، كما أوجد الصلة بين مسألة المماس والمسألة المقابلة لها في حساب المساحات ، وفي البصريات وضع حلا لمسألة تكوين الصور في النظارات ، تبعه نيوتن في الجلوس على كرسيه في الجامعة سنة 1669 م .

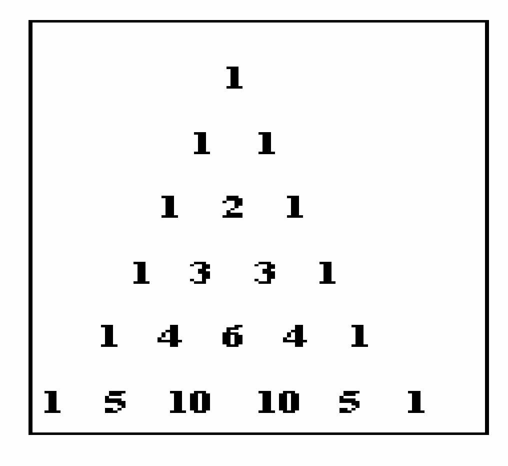
(6 – 4 – 4) باسكال *Pascal*:

ولد بلاز باسكال في 19 حزيران سنة 1623 في كلارمون ، توفيت والدته سنة 1626 ، ولم يتزوج والده ثانية. والده إتيان باسكال من عائلة بورجوازية صغيرة . بدأ والده بالتنقل من عمل إلى آخر بعد العام 1631 إلى أن توفي ، فانتقلت شقيقة بلاز جاكلين إلى الرهبنة ، وبقي خلال سبع سنوات دون أن يعرف عنه شيء . في هذه المرحلة تكون فكره العلمي فتوصل إلى وضع حساب الاحتمالات . لكن حاجته للمعيشة جعلته يبيع آلات حسابية ، ثم عاد للبحث عن إرث والده واهتم بالأمور المالية . وفي السنة 1647 وقع مريضا بأوجاع في رأسه ومعدته وشلل مؤقت في الرجلين. طلب منه الأطباء الاستراحة واللهو والتسلية ، فعاشر الصالونات

الباريسية العلمية ودرس تتبع الديانة المسيحية مع أمانة تامة لنصرانيته . لكنه ما لبث إلا أن أصبح في حالة لا يستهويه الرب ولا تستهويه الحياة ، هذه الأزمة لم تحل إلا في سهرة قضاها في 23 تشرين الثاني سنة 1654 بعد أن استسلم نهائيا للمسيح ، وكان كتابه " المذكرات " وفيه الكثير من الأمور الفلسفية حيث يتكلم حينا عن إبراهيم واسحق ويعقوب وإله الفلسفة الذين سبقوه. ظهر نبوغ باسكال في تنوع إنتاجه ومن الآلة الحاسبة والتجارب الفيزيائية وحل المسائل الرياضية ... هناك ، على مدى حياته ، محطات اكتشاف أنار فيها العالم ودفعه إلى الأمام ، عمل باسكال دائما كمفكر وكاتب ملتزم إنما في خدمة الحقيقة العلمية والخلقية والدينية . لم يكن عمله مثل ديكارت لكنه اهتم بميادين عديدة من المعرفة ، منها الميكانيكا والرياضيات التي لم يتناولها بعمق لكنه زادها غنى وشمولية بالإضافة أنه كانت له كتب بلاغية وفلسفية لاقت انتشارا . فتاريخ العلوم لا يستطيع التنكر له لأنه يعبر عن صورة صادقة للروح العلمية الصادقة التي ينبغي التحلي بها . فقد تناول الموضوع بشكل صلب وواضح وباتجاه صحيح . كما أنه اتصل بمعظم علماء عصره ديكارت وفير ما ، وروبير فال ، وجاسندي .

إن طرق التفكير عنده وأساليب معالج المشكلات تضاهي أساليب كبار العلماء أمثال : جاليليو ، و ديكارت وغيرهما . ينقصه أحيانا التعمق في المواضيع ، لكن أساليب التحليل والتركيب التي استخدمها تدل على ذكاء متقدم . وأهم إنجازاته في نواحي العلم وعلم الرياضيات بشكل خاص هو الهندسة: فيما عدا الهندسة المتناهية الصغر عالج باسكال الهندسة الإسقاطية كما تناول المخروطيات (Conics) وبعدها القطاعات المخروطية. بدأ الاهتمام بالهندسة من عمر الثانية عشرة عندما قرأ كتاب العناصر لإقليدس، ثم أكمل إهتمامه بشكل رصين منذ السنة 1639 بالنسبة للدائرة ، المخروط ، الكرة ، الأمكنة الهندسية لنقطة متغيرة . لكن الهندسة التحليلية التي عالجها ديكارت لم يهتم بها باسكال مطلقا. لكن عمل باسكال المهندس لم ينل إعجابا في عصره ، فقد بقي حتى القرن التاسع عشر حين

جاء بننسيليه فأظهر أهمية باسكال. أما فى التحليل المتناهى فى الصغر فكانت له مكانة عظيمة في هذا الميدان ، وقد نشر باسكال أعماله في هذا المجال بين سنة 1650 و 1660 أي في آخر سني حياته ، اعتمد قليلا على ستيفن ، ودي كارت ، وروبرفال ، و تورتشللي وغيرهم . لكنه سبق نيوتن ، و ليبنتز ، الذين أخذوا عنه أشياء كثيرة ، كما تناول مفهوم الحدود ، ومرائل التكامل ومفهوم المثلث المميز المعروف باسمه (Triangle of Pascal) ، فقام باسكال بتطبيق كل هذه الأساليب في مسائل عديدة في الرياضيات حينا وفي الفيزياء والميكانيكا حينا آخر. وفي الحساب: اهتم باسكال بخصائص السلاسل العددية الصحيحة وبالترتيب العددي والأعداد الطبيعية والأعداد المثلثية ، ومثلث باسكال وتطبيقاته العديدة (شكل6 – 7).



					1					
				1		1				
			1		2		1			
		1		3		3		1		
	1		4		6		4		1	
1		5		10		10		5		1

شكل(6 – 7) مثلث باسكال

وفى الاحتمالات: يمكننا، عن حق القول بأن باسكال هو الذي أسس حساب الاحتمالات كأن هناك احتمالات الألعاب وبعض أنواع التجارة وما شابه ، إنما لم يكن هناك علم بالمعنى الصحيح يرتكز إلى أصول الرياضيات. كما تعتبر الآلة الحاسبة إحدى أوجه تقدم العلوم التطبيقية. فهى بحق اكتشاف جدير بالاهتمام ، فهو الذي أوصل الإنسانية إلى الحاسبات الحديثة وما يمكن أن تصل إليه في

المستقبل . فقد اكتشفها في روان(Rouen) سنة 1640 وهي آلة تقوم بإجراء للعمليات الحسابية الأربع دون جهد في التفكير وذلك لتأدية حسابات والده بسرعة، فعملية ميكنة الحساب تعتبر خطوة جبارة على طريق الحضارة الإنسانية. ويبقى أن باسكال قد توفي سنة 1662 وعمره حوالي 39 سنة ، وقد كان أول من صاغ مبادئ الحساب الميكانيكي وحساب الاحتمالات ، وأظهر إلى النور البنية العامة للآلات الحسابية.

(6 – 5) العصر الحديث

(6 – 5 – 1) اينشتين *Einstein*

هو عالم ألماني ولد في أولم (Ulm) في ضواحي ورتمبرج من عائلة يهودية ، سنة 1879 و توفي سنة 1955 م. وهو رياضي و فيزيائي شهير .تعلّم في سويسرا و اتخذ الجنسية السويسرية سنة 1901 _درّس في جامعات زيوريخ و برن و براغ و لايد و برلين .نال جائزة نوبل للفيزياء عام 1921 . نزح فترة إلى فرنسا هرباً من ألمانيا حيث أعطي كرسياً في المعهد الفرنسي للرياضيات و الفيزياء، و من ثم في بلجيكا و قي إنجلترا و أخيراً في الولايات المتحدة الأمريكية ، حيث استقر كمواطن أمريكي ستة 1940 ،في سنة 1905 أعطى دراساته حول الإلكتروديناميكا و الجسم المتحرك . متأثراً بنظريته عن النسبية أعطى أبحاثاً جديدة عن الجمادية أو القصور الذاتي و عن الأشعة الضوئية. ويعتبر إنتاجه في مجالي الرياضيات و الفيزياء من أغزر الإنتاج العالمي حتى اليوم. ففي العام 1918 وضع نظرية عامة عن الكون :النسبية . ثم أدخل عليها مفاهيم التجاذب. ومجمل نظرياته هذه هزت العالمين (المتناهي في الصغر و المتناهي في الكبر)، أي الذرات و الكواكب وجعلتنا ننظر للأمور من زاوية غير الزاوية التقليدية في الرياضيات و الفيزياء.

(6 – 5 – 2) ستيفن هوكينج:

هو عالم فلك ورياضيات بريطاني. ولد عام 1942م ، ونال شهرة كبيرة بعد أن نشر في عام 1988كتاب "تاريخ الزمن باقتضاب" الذي حقق شهرة كبيرة. و يشغل الآن مقعد الرياضيات في جامعة كامبريدج الذي شغله في الماضي العالم البريطاني اسحق نيوتن.

وهو مصاب منذ الثانية والعشرين من عمره بمرض عضال يؤدي إلى إصابته بالشلل تدريجيا وحرمه النطق. وهو يتنقل على كرسي متحرك ولا يستطيع الحديث سوى عبر جهاز كمبيوتر.

لكن ذلك لم يمنعه من مواصلة أعماله المعقدة خصوصا حول الثقوب السوداء في محاولة لتوحيد مختلف نظريات الفيزياء.

المراجع References

أولاً: المراجع العربية:

1) "نوابــغ علمــاء العــرب والمــسلمين في الرياضــيات" - الــدكتور/علــي عبــد الله الدفاع.

2) "مقدمة في تاريخ الرياضيات الحساب والجبر" - الدكتور/ عبد العظيم أحمد أنيس والدكتور وليم تاضروس عبيد.

3) تــاريخ الرياضــيات بــين القــديم والحــديث والمعاصــر – الــدكتور أبوهاشــم عبدالعزيز سليم حبيب.

4) "الرياضيات عند العرب" - أحمد نصيف الجنابي .

5) " تدريس وتعلم الرياضيات" - الدكتور / محمد مسعد نوح.

6) العرب والأعداد- توفيق الطويل.

7) " الموجز في تاريخ الطب والصيدلة عند العرب". محمد كامل حسين

8) الموقع العربى للأرقام على الانترنت: www.alargham.com

ثانياً: المراجع الأجنبية:

[1] Jean DIEUDONNÉ [1987, 316 p.], *Pour l'honneur de l'esprit humain, les mathématiques aujourd'hui*, Hachette, Paris.

[2] Victor J. KATZ [1993, 786 p.], *A History of mathematics, an introduction*, Harper Collins, New York.

[3] Dirk J. STRUIK [1948, 288 p.], *A Consise history of mathematics*, Fourth edition, Dover Publications, Inc., New York, 1987.



د. محمود محمد سليم

المؤلف فى سطور

- بكالوريوس العلوم فى الرياضيات بتقدير عام جيد جدا مع مرتبة الشرف - جامعة أسيوط (1987).
- ماجستير فى العلوم (رياضيات) – جامعة أسيوط (1994).
- دبلوما فى الرياضيات والكمبيوتر من معهد IISEE بتسكوبا – اليابان (1996).
- دكتوراه فى العلوم (رياضيات) – جامعة جنوب الوادى – باشراف مشترك مع معهد IISEE بتسكوبا – اليابان 2000م.
- باحث ومحاضر للرياضيات والكمبيوتر بالمعهد القومى للبحوث الفلكية والجيوفيزيقية 1990م.
- مدرس بكليتى العلوم والتربية بالسويس– جامعة قناة السويس 2002م.
- أستاذ مساعد بكلية المجتمع بالأفلاج - جامعة الملك سعود 2004م - 1426 هـ.
- أستاذ مشارك بكلية المجتمع بالأفلاج - جامعة الملك سعود 2008 - 1430 هـ.
- أستاذ مشارك بكلية المجتمع بالأفلاج - جامعة الخرج 2010 - 1431 هـ.
- اختير ضمن قائمة أفضل مائة عالم في مجال العلوم الطبيعية لعام 2010 م طبقاً لتصنيف معهد IBC بكمبردج – بريطانيا.

المحتويات

الموضوع	الصفحة
الفصل السادس: من أشهر العلماء	